АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

МАТЕМАТИКА

III

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

РЕФЕРАТЫ

5В1—5В316

*

U. I. C. C
AUG 20 1974
LIBRARY

№ 5 1961
ПРОИЗВОДСТВЕННО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ КОМБИНАТ ВИНИТИ
МОСКВА

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

МАТЕМАТИКА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР доктор физ.-матем. наук *Р. В. Гамкрелидзе*

ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ: академик *П. С. Александров*, академик *А. Н. Колмогоров*, профессор *Л. Д. Кудрявцев*, профессор *В. И. Левин*, член-корреспондент АН СССР *Ю. В. Линник*, профессор *А. И. Маркушевич*, профессор *М. А. Наймарк*, профессор *В. В. Немыцкий*, профессор *С. М. Никольский*, академик *П. С. Новиков*, профессор *Д. Ю. Панов*, профессор *К. А. Рыбников* член-корреспондент АН СССР *Н. В. Смирнов*, профессор *С. П. Фиников*

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ канд. физ.-матем. наук *А. А. Конюшков*

СОДЕРЖАНИЕ

Теория вероятностей и математическая статистика
Теория вероятностей 5В1
Математическая статистика 5В22
Теория игр, исследование операций и математическая экономика 5В47
Применение теоретико-вероятностных и статистических методов . . 5В115
Численные и графические методы 5В159
Таблицы 5В235
Вычислительные машины и математические приборы 5В269
Применение вычислительных машин 5В307
Авторский указатель

Адрес редакции: Москва, Д-219, Балтийская улица, 14

Технический редактор *Н. Н. Гомза*

Подписано к печати 19/V-1961 г. Формат бумаги 84×108 1/16

Печ. л. 3,0 Усл.-печ. л. 4,92 Уч.-изд. л. 8,7 Тираж 1005 Заказ 1353

Производственно-издательский комбинат ВИНИТИ,
г. Люберцы, Октябрьский проспект, 403

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ
МАТЕМАТИКА

III. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

Рефераты 5 В1—5 В316 **№ 5** **Май 1961 г.**

ГПНТБ СО АН СССР
Техническая библиотека
1967

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Редактор *О. В. Сарманов*

5 В1. Замечания к индукции и ее оценка. Vietoris L. Bemerkungen und Abschätzungen zur Induktion. «Monatsh. Math.», 1960, **64**, № 3, 233—250 (нем.)

Индукционные выводы определяются на основании предварительных испытаний, в которых частота исследуемого признака равна либо 0, либо числу всех испытаний N. Если частота не равна 0 или N, можно говорить об индукции в расширенном смысле. Различаются два понятия вероятности: вероятность как физическая константа и вероятность как степень возможности. Вводится понятие «степени правдоподобности» (Beglaubigungsgrad) как мера доверия, основанная на вероятности. Большая часть статьи посвящена подсчетам степени правдоподобности для различных случаев и сравнению их с результатами, получаемыми при использовании неравенства Чебышева, а также применению этого понятия к индукции. Л. Е. Майстров

5 В2. О вероятностных метриках и численных метриках с вероятностью 1. Menger Karl, Schweizer Berthold, Sklar Abe. On probabilistic metrics and numerical metrics with probability 1. «Чехосл. матем. ж.», 1959, **9**, № 3, 459—466 (англ.; рез. русск.)

Вероятностная метрика в смысле Менгера есть набор функций распределения, поставленных в соответствие каждой паре точек пространства, которые удовлетворяют определенным условиям, соответствующим аксиомам метрики. Шпачек (РЖМат, 1959, 1723) предложил рассматривать случайные метрики, являющиеся вероятностной мерой, заданной на некотором классе метрик (или обобщенных метрик) данного пространства. Результаты авторов состоят в следующем. Пусть p и q — пара точек данного пространства. Всякой случайной метрике соответствует вероятностная метрика, в которой расстояние от p до q и от q до p или независимы, и в этом случае расстояние от p до q с вероятностью 1 постоянно, или полностью зависимы. На этом основании авторы считают предложенное Шпачеком понятие случайной метрики недостаточно широким. И. И. Гихман

5 В3. Измеримость непрерывных случайных преобразований. Hanš Otto. Measurability of extensions of continuous random transforms. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 4, 1152—1157 (англ.)

Статья содержит доказательства известных в функциональном анализе теорем Тьеца и Хана — Банаха, обобщенных на случайные преобразования. Случайное преобразование определяется следующим образом: если $(\Omega, \mathfrak{S})$ и $(Z, \mathfrak{Z})$ — измеримые пространства, X — произвольное непустое множество и T — отображение произведения $\Omega \times X$ в пространство Z, удовлетворяющее условию $\{\omega : T(\omega, x) \in B;\ x \in X,\ B \in \mathfrak{Z}\} \subset \mathfrak{S}$, тогда говорят, что T — случайное преобразование произведения $\Omega \times X$ в пространство $(Z, \mathfrak{Z})$. В. А. Маковский

5 В4. Исследование непрерывной логической алгебры. Rouche Nicolas. Recherche d'une algébre logique continue. «1 Congr. internat. cybernétique. Namur, 1956. Paris, Gauthier-Villars; Namur, Assoc. internat. cybernétique», 1958, 90—99 (франц.)

Пусть: $x_1^0, \ldots, x_n^0$ — случайные события; $x_1^1, \ldots, x_n^1$ — их дополнения; $p(x_1^{\nu_1}, \ldots, x_n^{\nu_n})$, где $\nu_k = 0$ или 1, есть вероятность того, что одновременно произошли события $x_1^{\nu_1}, \ldots, x_n^{\nu_n}$. Доказана формула:

$$2^n p(x_1^{\nu_1}, \ldots, x_n^{\nu_n}) =$$

$$= 2^n \prod_{k=1}^n p(x_k^{\nu_k}) + \sum_{i,j=1}^n (-1)^{\nu_i + \nu_j} Q(x_i, x_j) +$$

$$+ \sum_{i,j,k=1}^n (-1)^{\nu_i + \nu_j + \nu_k} Q(x_i, x_j, x_k) + \ldots$$

$$\ldots + (-1)^{\sum_1^n \nu_i} Q(x_1, \ldots, x_n),$$

где

$$Q(x_1, \ldots, x_k) = \sum_{\nu_1, \ldots, \nu_k = 0}^1 (-1)^{\nu_1 + \ldots + \nu_k} \{p(x_1^{\nu_1}, \ldots, x_k^{\nu_k}) -$$

$$- p(x_1^{\nu_1}) \ldots p(x_k^{\nu_k})\}.$$

Р. Ф. Матвеев

5 В5. Распределение Бореля—Таннера. Haight Frank A., Breuer Melvin Allen. The Borel-Tanner distribution, «Biometrika», 1960, **47**, № 1—2, 143—150 (англ.)

Упомянутое в заглавии распределение имеет вид:

$$p(x; r, \alpha) = A(x, r) e^{-\alpha x} \alpha^{x-r} \quad (x = r, r+1, \ldots),$$

где $A(x, r) = [r/(x-r)!]\, x^{x-r-1}$. Изучаются некоторые свойства этого распределения, в частности получено уравнение для производящей функции $\Phi(s)$:

$$\log \Phi - \alpha r \Phi^{1/r} - r \log s + \alpha r = 0.$$

Составлены пятизначные таблицы для $r = 1$, $\alpha = 0{,}01\,(0{,}01)\,0{,}62$. О. М. Калинин

5 В6. О регрессионных свойствах многомерных распределений пирсоновских типов. Steyn H. S. On regression properties of multivariate probability functions of Pearson's types. «Proc. Koninkl. nederl. akad. wet.», 1960, **A63**, № 3, 302—311; «Indagationes math.», 1960, **22**, № 3, 302—311 (англ.)

Пусть $f(x_1,\ldots,x_k)$ — многомерная плотность, определенная при $a_l \leqslant x_l \leqslant b_l$ $(l = 1,\ldots,k)$, а

$$M(\alpha_1,\ldots,\alpha_k) = \int_{a_1}^{b_1}\cdots\int_{a_k}^{b_k} f(x_1,\ldots,x_k) e^{\sum_1^k \alpha_l x_l}\, dx_1\ldots dx_k -$$

ее производящая функция моментов, существующая для некоторой области значений вектора $(\alpha_1,\ldots,\alpha_k)$, включающей $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = 0$. Тогда необходимым и достаточным условием того, что функция регрессии $\hat{x}_1$ на $x_2,\ldots,x_k$ дается соотношением

$$\hat{x}_1 = \frac{Q(x_2,\ldots,x_k)}{R(x_2,\ldots,x_k)} \quad (Q \text{ и } R - \text{полиномы}),$$

есть

$$\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1} R\left(\frac{\partial}{\partial\alpha_2},\ldots,\frac{\partial}{\partial\alpha_k}\right) M\right]_{\alpha_1=0} = \left[Q\left(\frac{\partial}{\partial\alpha_2},\ldots,\frac{\partial}{\partial\alpha_k}\right) M\right]_{\alpha_1=0}.$$

Приводятся общие системы дифференциальных уравнений, определяющие многомерные функции плотности пирсоновского типа, для которых функции регрессии — линейные или рациональные функции. М. Г. Поборцев

5 В7. Границы ожидания для сумм степеней. Navarro J. A. Bounds on the expectation for suns of powers. «Amer. Math. Monthly», 1960, **67**, № 6, 564 (англ.)

Рассматривается сумма n-х степеней случайных независимых величин, равномерно распределенных в (0,1). Найдены верхняя и нижняя границы математического ожидания числа слагаемых, при которых сумма превысит единицу. См. РЖМат, 1960, 5554. О. В. Сарманов

5 В8. О предельном распределении сумм r-значных случайных величин. Kubik L. O rozkładach granicznych sum r-punktowych zmiennych losowych. «Roczn. Polsk. towarz. mat. Ser. 1. Prace mat.», 1960, **4**, 111—118 (польск.; рез. русск., англ.)

Даются довольно общие условия, при которых предельное распределение сумм $s_n = \sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk} - A_n$ асимптотически постоянных дискретных независимых случайных величин ξ_{nk} $(k = 1, 2,\ldots,k_n;\ n = 1, 2,\ldots)$, каждая из которых принимает с положительной вероятностью не больше чем r различных значений, является композицией $r(r-1)$ соответственно подобранных обобщенных распределений Пуассона. Полученный результат обобщает теорему Л. Ф. Китанина (РЖМат, 1958, 1371). S. Zubrzycki

5 В9. О сходимости рядов независимых случайных величин. Prékopa András. On the convergence of series of independent random variables. «Publs math.», 1956, **4**, № 3-4, 410—417 (англ.)

Доказываются две теоремы о сходимости рядов случайных величин

$$\sum_{k=1}^{\infty} \xi_k. \qquad (1)$$

Пусть $\mathfrak{T}$ — множество всех конечных подмножеств, $\mathfrak{S}$ — множество всех подмножеств натуральных чисел, $F(x, A)$ — функции распределения и $f(t, A)$ — характеристические функции случайных величин $\xi(A) = \sum_{k\in A} \xi_k$, где $A \subset \mathfrak{S}/u$ ряд сходится с вероятностью 1 независимо от порядка его членов. $Q(\lambda)$ есть λ-квантиль, если $P(\xi \leqslant Q(\lambda)) \geqslant \lambda$ и $P(\xi \geqslant Q(\lambda)) \geqslant 1-\lambda$ $(0<\lambda<1)$. Произвольную λ-квантиль случайной величины $\xi(A)$ будем обозначать $Q(\lambda, A)$. Даются необходимые и достаточные условия сходимости ряда (1) в терминах компактности определенного множества функций распределения и определенного множества квантилей. Пространство функций распределения метризуется с помощью расстояния Леви:

$$L(F_1, F_2) = \inf[h: F_1(x-h) - h \leqslant F_2(x) \leqslant F_1(x+h)+h].$$

В части I устанавливаются условия компактности. В части II устанавливаются необходимые и достаточные условия сходимости ряда (1). Эти условия формулируются в следующих теоремах:

Теорема 1. Ряд (1) сходится с вероятностью 1 независимо от порядка суммирования тогда и только тогда, когда множество $\{F(x, A),\ A \in \mathfrak{T}\}$ компактно.

Теорема 2. Если можно найти числа λ_1, λ_2 $(0<\lambda_1<\lambda_2<0)$ так, что квантили $Q(\lambda_1, A)$, $Q(\lambda_2, A)$ образуют множества $Q_1 = \{Q(\lambda_1, A),\ A \in \mathfrak{T}\}$, $Q_2 = \{Q(\lambda_2, A),\ A \in \mathfrak{T}\}$, которые ограничены, то ряд (1) с вероятностью 1 сходится независимо от порядка суммирования.

В. А. Маковский

5 В10. Замечания к статье Кубика «Предельные распределения кумулятивных сумм независимых двузначных случайных величин». — Remarks to the paper of L. Kubik «The limiting distributions of cumulative sums of independent two-valued random variables». «Studia math.», 1960, **19**, № 2, 249 (англ.)

РЖМат, 1961, 1 В13.

5 В11. Некоторые эквивалентные условия равномерной сходимости по распределению последовательности случайных процессов. Kimme Ernest G. Some equivalence conditions for the uniform convergence in distribution of sequences of stochastic processes. «Trans. Amer. Math. Soc.», 1960, **95**, № 3, 495—515 (англ.)

Известно, что критерием сходимости последовательности функционалов от случайных процессов с независимыми приращениями $\{x_n(t, \omega),\ t \in T\}$ служит сходимость по распределению последовательности случайных векторов $\sup\{x_n(t, \omega),\ t_{j-1} < t \leqslant t_j\}$, $1 \leqslant j \leqslant N$; $\inf\{x_n(t, \omega),\ t_{j-1} < t \leqslant t_j\}$, $1 \leqslant j \leqslant N$, $n > 1$, где $t_j = j/N$, $T = [0, 1]$, $t_0 = 0$. В статье приводятся некоторые эквивалентные условия такой сходимости. Последовательность $\{x_n(t, \omega),\ t \in T\}$ случайных процессов сходится равномерно по распределению тогда и только тогда, когда для любого целого $m \geqslant 1$ и любого положительного числа M

$$\lim_{n\to\infty} M\{\exp i \sum_{k=1}^{m} \mu_k x_n(t_k, \omega)\}$$

существует равномерно для $(t_1,\ldots,t_m;\ \mu_1,\ldots,\mu_m) \in T^m \times [-M, M]^m$.

В части I устанавливаются достаточные условия «непрерывности» для равномерной сходимости по распределению. Например, доказывается: Пусть $\{x_n(t, \omega),\ t \in T\}$ — последовательность случайных процессов. Если для каждого положительного h 1) $\lim\limits_{n\to\infty} F_n^{(h)}(t_1,\ldots,t_m;\ \lambda_1,\ldots,\lambda_m)$ существует для каждого целого $m \geqslant 1$ равномерно по $(t_1,\ldots,t_m;\ \lambda_1,\ldots,\lambda_m) \in T^m \times [-\infty, \infty]^m$; 2) для каждого $\varepsilon > 0$ существует $\Lambda_\varepsilon > 0$, не зависящее от $t \in T$, такое, что

$$\int_{|\lambda|>\Lambda_\varepsilon} \lambda F^{(h)}(t, \lambda) < \varepsilon,$$

где

$$F^{(h)}(t;\ \lambda) = \lim_{n\to\infty} F_n^{(h)}(t;\ \lambda),$$

$$F_n^{(h)}(t_1,\ldots,t_m;\ \lambda_1,\ldots,\lambda_m) =$$

$$= \int_{-h}^{h}\cdots\int_{-h}^{h} \frac{F_n(t_1,\ldots,t_m;\ \lambda_1+u_1,\ldots,\lambda_m+u_m)}{(2h)^m}\, du_1\ldots du_m$$

и

$F_n(t_1,\ldots,t_m;\ \lambda_1,\ldots,\lambda_m) = p\{x_n(t_j,\ \omega) \leqslant \lambda_j;\ 1 \leqslant j \leqslant m\}$, то: 1) последовательность $\{x_n(t,\ \omega),\ t \in T\}$ равномерно сходится по распределению и 2) $\lim_{|\mu|\to 0} \varphi(t;\ \mu) = 1$ равномерно по $t \in T$, где

$$\varphi(t;\ \mu) = \lim_{n\to\infty} \varphi_n(t;\ \mu),$$

а

$$\varphi_n(t;\ \mu) = M\{\exp i \sum_{k=1}^{m} \mu_k x_n(t_k,\ \omega)\}.$$

Для последовательности процессов с независимыми приращениями на $T = [0,\ 1]$, равномерно сходящейся по распределению, устанавливается, что предельный процесс будет также с независимыми приращениями, причем у него не будет ни одной фиксированной точки разрыва, если для каждого $\varepsilon > 0$ существуют n_ε и $\delta_\varepsilon > 0$ такие, что для $n \geqslant n_\varepsilon$ и любого разбиения отрезка $[0,\ 1]$ $0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_N = 1$, при котором

$$\max\{\tau_k - \tau_{k-1}\} < \delta_\varepsilon,$$

$$\sup\{p\{|x_n(t,\ \omega) - x_n(\tau_k,\ \omega)| \geqslant \varepsilon\} : \tau_{k-1} \leqslant t \leqslant \tau_k;\ 1 \leqslant k \leqslant N\} < \varepsilon.$$

В части II предположение о равномерной сходимости по распределению используется для обобщения теорем Гнеденко — Колмогорова о предельном распределении сумм независимых случайных величин.

В. А. Маковский

5 В12. Некоторые вопросы спектральной теории старших моментов. I. Ширяев А. Н. «Теория вероятностей и ее применения», 1960, **5**, № 3, 293—313 (рез. англ.)

Статья посвящена изучению определенных ниже классов случайных процессов. Случайный процесс $\xi(t) \in T^{(k)}$, если $M|\xi(t)|^k \leqslant c_k < \infty$. Если $\xi(t) \in T^{(k)}$ и $m_\xi^{(l)}(t_1,\ldots,t_l) \equiv M\{\prod_1^l \xi(t_i)\} = M\{\prod_1^l \xi(t_i+\tau)\}$ для $l = 1, 2,\ldots,k$, то $\xi(t) \in S^{(k)}$. Если $\xi(t) \in T^{(k)}$ и $m_\xi^{(l)}(t) = \int_{R^l} e^{i(t,1)} M_\xi^{(l)}(d\lambda)$ для $l = 1, 2,\ldots,k$, где $M_\xi^{(l)}$ — комплексные вполне конечные меры в l-мерном пространстве, то $\xi(t) \in \Phi^{(k)}$. $M_\xi^{(l)}$ называется спектральными моментами (с. м.). Обозначим $\chi_\xi(g) = M\{\exp[i\int \xi(t)\, g(dt)]\}$, где $g(dt)$ — комплексная вполне конечная мера. Если $\xi(t) \in T^{(k+1)}$, то $\ln\chi_\xi(g) = \sum_{l=1}^{k} \frac{i^l}{l!} \int_{R^l} s_\xi^{(l)}(t_1,\ldots,t_l) g(dt_1)\ldots g(dt_l) + \delta_{k+1}(g)$; ($\delta_{k+1}$ — некоторый конечный остаток). Однозначно определенные функции $s_\xi^{(l)}$ называются семиинвариантами, если $s_\xi^{(l)}(t_1,\ldots,t_l) = \int_{R^l} e^{i(t,1)} F_\xi^{(l)}(d\lambda)$. Вполне конечные меры $F_\xi^{(l)}$ называются спектральными семиинвариантами (с. с.). $\xi(t) \in \Delta^{(k)}$, если он принадлежит $\Phi^{(k)} \cap S^{(k)}$ и $F_\xi^{(l)}$ для всех $l = 1, 2,\ldots,k$ абсолютно непрерывны на плоскостях $\lambda_1 + \ldots + \lambda_l = 0$. В статье выясняется связь между с. м. и с. с. Если $\xi(t) \in \Phi^{(2)}$, то $\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\lambda} X(d\lambda)$, где $X(\Lambda)$ — аддитивная функция множеств. Для процессов класса $\Phi^{(2N)}$ рассмотрены нелинейные преобразования вида

$$\eta(t) = A\xi(t) = \sum_{k=1}^{N} \int_{R^k} e^{it(\lambda_1+\ldots+\lambda_k)} p_k(\lambda_1,\ldots,\lambda_k)\, X(d\lambda_1)\ldots X(d\lambda_k).$$

Найдена формула связи между с. с. процессов $\xi(t)$ и $\eta(t)$ при некоторых ограничениях на функции p_k. Формула оказывается справедливой и для

$$\eta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n(t),$$

также при ограничительных условиях для a_n. Если $|p_k(\lambda_1,\ldots,\lambda_k)| \leqslant c_k < \infty$ для $k = 1, 2,\ldots,N$ и $\xi(t) \in \Delta^{(nN)}$, то доказано, что $\eta(t) = A\xi(t)$ принадлежит $\Delta^{(n)}$. Пусть $\xi(t) \in \Delta^{(\infty)}$ и

$$\eta(t) = \lim_{n\to\infty} \sum_{n_1,\ldots n_k=0}^{n} c_{n_1}\ldots c_{n_k}\, \xi^{n_1}(t-\tau_1)\ldots \xi^{n_k}(t-\tau_k).$$

Доказано, что $\eta(t) \in \Delta^{(2)}$. Статья содержит большое число примеров.

Р. Ф. Матвеев

5 В13. Об условии Липшица для броуновского движения. Chung K. L., Erdös P., Sirao T. On the Lipschitz's condition for Brownian motion. «J. Math. Soc. Japan», 1959, **11**, № 4, 263—274 (англ.)

Пусть $g(t)$ — неотрицательная неубывающая непрерывная функция, определенная в некотором интервале $[0,\ T]$, и $g(0) = 0$. Функция $f(t)$ удовлетворяет условию Липшица относительно $g(t)$, если для достаточно малых $|t' - t|$ имеет место неравенство $|f(t') - f(t)| \leqslant g(|t' - t|)$. Доказана следующая теорема, приведенная без доказательства в статье П. Леви (РЖМат, 1958, 10072): Пусть $\psi(t)$ — неотрицательная неубывающая функция. Выборочные функции броуновского движения удовлетворяют условию Липшица относительно $\varphi(t) = \psi\left(\frac{1}{t}\right)\sqrt{t}$ с вероятностью 1 в зависимости от того, сходится или расходится интеграл

$$\int^{\infty} \psi^3(t)\, e^{-\frac{1}{2}\varphi^2(t)}\, dt.$$

В качестве следствия получается теорема: Пусть

$$\psi(t) = (2\log t + 2\log\log t + 2\log\log\log t + \ldots + \underbrace{2\log\log\ldots\log t}_{n-1} + c\underbrace{\log\log\ldots\log t}_{n})^{1/2}.$$

Условие Липшица относительно $\varphi(t)$ справедливо для выборочных функций броуновского движения с вероятностью 1 при $c > 2$ и с вероятностью 0 при $c \leqslant 2$.

K. Urbanik

5 В14. Точки кратности c плоскостной броуновской траектории. Dvoretzky A., Erdős P., Kakutani S. Points of multiplicity c of plane Brownian paths. «Bull. Res. Council Israel», 1958, **F 7**, № 4, 175—180 (англ.)

В трех предыдущих статьях (Acta scient. math., 1950, **12B**, 75—81; РЖМат, 1955, 3861; 1958, 6930) были доказаны следующие утверждения о сепарабельном броуновском движении в m-мерном пространстве: если $m \geqslant 4$, тогда почти каждая траектория содержит только простые точки, если $m = 3$, тогда почти каждая траектория имеет двойную (но не тройную) точку и если $m = 2$, тогда почти каждая траектория имеет точки произвольной конечной кратности (это имеет место, конечно, и для $m = 1$). Точка ξ траектории называется точкой кратности α, если существует множество T временных точек мощности α такое, что для каждого $t \in T$ траектория проходит через точку ξ. В предыдущей статье авторы доказали, что почти каждая траектория сепарабельного броуновского движения на плоскости имеет точки кратности c, где c — мощность континуума. Таким образом, вопрос о точках большой кратности для броуновских траекторий в m-мерном пространстве полностью решен. В качестве следствия результата этой статьи указывается, что если $0 \leqslant a \leqslant b \leqslant \infty$, тогда точки

кратности c, содержащиеся в части траектории, соответствующей временным точкам $a \leqslant t \leqslant b$, всюду плотны в той же части с вероятностью 1. Отсюда немедленно следует, что множество точек кратности c является всюду плотным во всей плоскости с вероятностью 1.

А. Prékopa

5 В15. Диффузионная проблема Мительского и Пашковского. Redheffer Raymond M. The Mycielski—Paszkowski diffusion problem. «J. Math. and Mech.», 1960, 9, № 4, 607—621 (англ.)

Пусть $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n$ — параллельные прямые, а $I_1, \ldots, I_n$ ($I_i \subset \pi_i$) — сегменты, являющиеся ортогональными проекциями друг друга. Рассматривается следующая схема. Частица может двигаться по системе $\pi_1, \ldots, \pi_n$, изменяя направление движения на противоположное, перепрыгивая с одной прямой на другую (в перпендикулярном к прямым π_i направлении) и поглощаться. Считаются известными p_{ij} и q_{ij} — вероятности достижения I_j справа и слева при условии, что частица достигла i-й сегмент слева. Задана также r_{ij}-вероятность поглощения на сегменте I_j при том же условии и P_{ij}, Q_{ij}, R_{ij} — вероятности тех же событий при условии, что частица достигала i-й сегмент справа. Кроме того, для интервалов, проекции которых не пересекаются, эти события считаются независимыми. Нетрудно получить систему функциональных уравнений, связывающих эти величины. В реферируемой работе доказано существование вероятностного решения этой системы уравнений.

Р. З. Хасьминский

5 В16. О дискретном предельном законе для неоднородной цепи Маркова с двумя состояниями. Сарманов О. В. «Сибирск. матем. ж.», 1960, 1, № 1, 117—138

Рассматривается неограниченная последовательность серий испытаний, связанных в простую неоднородную цепь Маркова. n-я по счету серия состоит из n испытаний; с каждым испытанием связано два исхода — наступление события A и наступление противоположного события $\overline{A}$. Выясняется, при каких условиях, накладываемых на начальную вероятность и вероятности перехода, существует дискретное предельное распределение; находится аналитическое выражение предельных вероятностей s-кратного ($s=0,1,2,\ldots$) появления события A в серии из n испытаний, их производящей функции и характеристической функции предельного распределения. Пусть $p^{(n)}$ — вероятность A в первом испытании или начальная вероятность, $\alpha_k^{(n)}$; $\beta_k^{(n)}$ ($k=2,3,\ldots,n$) — вероятности перехода соответственно от A и $\overline{A}$ в $(k-1)$-м испытании к A в k-м испытании n-й серии. $P_s^{(n)}$ — вероятность s-кратного появления события A в серии из n испытаний. Говорится, что у последовательности серий испытаний существует дискретное распределение вероятностей, если при всех $s = 0, 1, 2, \ldots$ существуют пределы

$$\lim_{n\to\infty} P_s^{(n)} = P_s, \tag{1}$$

причем

$$\sum_{s=0}^{\infty} P_s = 1. \tag{2}$$

Ищется предельное дискретное распределение вероятностей и доказывается основная теорема о необходимых и достаточных условиях его существования в предположении выполнения следующих требований: во-первых, всегда существует предел начальной вероятности

$$\lim_{n\to\infty} p^{(n)} = p \quad (0 \leqslant p \leqslant 1), \tag{3}$$

во-вторых,

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{2\leqslant k\leqslant n} \beta_k^{(n)} = 0. \tag{4}$$

Содержанием основной теоремы является доказательство того, что при соблюдении условий (3) и (4) для существования предельного дискретного распределения вероятностей (при любом значении предельной начальной вероятности) необходимо и достаточно, чтобы существовали следующие пределы:

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{n\to\infty} \sum_{i=2}^{n} \beta_i^{(n)} = \gamma < \infty, \\ &\lim_{n\to\infty} \sum_{i=2}^{n-1} \beta_i^{(n)} \alpha_{i+1}^{(n)} = \gamma_2, \\ &\lim_{n\to\infty} \sum_{i=2}^{n-k} \beta_i^{(n)} \alpha_{i+1}^{(n)} \alpha_{i+2}^{(n)} \ldots \alpha_{i+k}^{(n)} = \gamma_{k+1}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\lim_{n\to\infty} \alpha_2^{(n)} \alpha_3^{(n)} \ldots \alpha_k^{(n)} = \pi_k \quad (k = 2, 3, \ldots) \tag{6}$$

и чтобы удовлетворялись следующие условия:

$$\lim_{k\to\infty} \pi_k = 0, \tag{7}$$

$$\lim_{k\to\infty} \gamma_k = 0. \tag{8}$$

Доказывается, что для существования пределов (1) необходимо и достаточно, чтобы существовали пределы (5) и (6), а для соблюдения соотношения (2) необходимо и достаточно, чтобы соблюдались условия (7) и (8). Находится аналитическое выражение для предельных вероятностей P_s, что впоследствии позволяет получить выражения для характеристической и производящей функции предельного распределения. Приводится ряд примеров, касающихся нахождения характеристических функций предельного распределения однородной цепи, неоднородной циклической цепи, а также доказательства независимости условий (5) друг от друга и установления того факта, что из существования первых k пределов (5) не следует существования $(k-1)$-го предела при любом $k = 1, 2, \ldots$

П. Б. Якоби

5 В17. Некоторые задачи, относящиеся к цепям Маркова со счетным множеством состояний. Fuchs A. Quelques problèmes concernant les chaînes de Markoff dans le cas dénombrable. «Bull. Soc. math. Belg.», 1959, 11, № 1, 9—21 (франц.)

$P = \{p_{ij}\}$ — матрица переходных вероятностей для дискретной однородной цепи Маркова. $P^n = \{p_{ij}^{(n)}\}$ — n-я степень P. $\Pi_{ij} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} p_{ij}^{(k)}$; $Q_{ij}^{(n)}$ — вероятность попасть из i в j впервые через n шагов. $M_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} n Q_{ij}^{(n)}$. Состояние i называется возвратным, если $\sum_{n=1}^{\infty} Q_{ii}^{(n)} = 1$, — положительным, если $M_{ii} < \infty$, — и нулевым, если $M_{ii} = \infty$. Сформулированы условия возвратности и положительности состояния в терминах $p_{ij}^{(n)}$, Π_{ij}. В предположении, что $\sum_{k=1}^{\infty} \Pi_{ik} = 1$ для всех i, исследуется, в каких случаях $\Pi_{ij} = \Pi_j$ для любых i, j. Группа состояний G называется финальной, если $i, j \in G \Rightarrow \{p_{ij} > 0\} \cap \{p_{ji} > 0\}$. Построен пример финальной группы G_0 нулевых состояний такой, что для некоторых i, j: $M_{ij} < \infty$. Для финальной группы положительных состояний дан метод расчета величин M_{ij} через p_{ij}. Пусть множество состояний цепи Маркова конечно. G — непустое множество проходных состояний (т. е. $i \in G \Rightarrow \{p_{ij} > 0\} \cap \{p_{ji} = 0\}$ хотя бы для одного j). F — финальная группа состояний. Вычисляется по известным p_{ij} средняя длина M_{iF} пути из i-го состояния ($i \in G$) в группу F. Полученные результаты применяются к задаче о разорении игроков, обладающих конечным капиталом.

Р. Ф. Матвеев

5 В18. Каскадные n-мерные процессы и проблемы моментов. Hennequin Paul-Louis. Processus en

cascade à n dimensions et problèmes de moments. «C. r. Acad. sci.», 1958, **247**, № 12, 857—859 (франц.)

E_n — множество точек $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, координаты которых суть натуральные числа. Для любой пары $I=\{i_k\}$, $J=\{j_k\}$ из E_n определена действительная функция A_I^J, обладающая, в частности, следующими свойствами: 1) Если $\sup_k |i_k - j_k| > 1$, то $A_I^J = 0$; 2) $A_I^I = -\sum_{J \neq I} A_I^J$; n-мерным каскадным процессом называется однородный марковский процесс со счетным множеством состояний, матрица переходных вероятностей $P(t)$ которого удовлетворяет для $t>0$ уравнению: $dP/dt = AP$. Здесь $P(t) = \{P_{IJ}(t)\}$ (состояния процесса нумеруются точками из E_n). $AP = \{Q_{IJ}\}$, где $Q_{IJ} = \sum_I A_J^I P_{IJ}$ (конечная сумма). По словам автора, этот процесс описывает эволюцию некоторой популяции, члены которой делятся на n конкурирующих групп. Описывается метод решения уравнения для $P(t)$, сводящий вопрос к решению некоторой проблемы моментов.

Р. Ф. Матвеев

5 В19. Аддитивные функционалы от марковских процессов. Волконский В. А. «Тр. Моск. матем. о-ва», 1960, **9**, 143—189

Пусть X — однородный марковский процесс и θ_t — оператор сдвига на время t вдоль траектории X_t процесса. Функция $\varphi_t(\omega)$ (ω — вероятностный параметр) называется аддитивным функционалом от процесса X, если φ_t определяется лишь течением процесса X на отрезке $[0, t]$, неотрицательна и удовлетворяет уравнению $\varphi_s(\omega) + \theta_s\varphi_t(\omega) = \varphi_{s+t}(\omega)$. Функционал называется непрерывным (справа, слева), если φ_t непрерывна (справа, слева) по t при каждом ω. Обозначим $m(x) = M_x\varphi_\infty(\omega)$ (M_x означает математическое ожидание по множеству траекторий, выходящих из x). В § 1 показано, что при некоторых ограничениях по функции $m(x)$ можно восстановить непрерывный аддитивный функционал $\varphi_t(\omega)$, и дается конструкция такого восстановления. Далее выводится вид инфинитезимального оператора подпроцесса, соответствующего данному аддитивному функционалу, и дается конструкция построения новых марковских процессов из данного путем случайной замены времени с помощью любого аддитивного функционала. При этом обобщены и частично исправлены результаты автора (РЖМат, 1960, 635). В § 2 выведен общий вид скачкообразных аддитивных функционалов для некоторого класса марковских процессов. Из полученных общих результатов, в частности, следует, что аддитивные функционалы от многомерного винеровского процесса могут иметь лишь бесконечные скачки. В § 3 описаны все аддитивные функционалы от одномерных, регулярных и необрывающихся процессов. Тем самым описаны и все обрывающиеся регулярные процессы. Р. З. Хасьминский

5 В20. Эргодическая теорема для распределения длины выброса. Волконский В. А. «Теория вероятностей и ее применения», 1960, **5**, № 3, 357—360 (рез. англ.)

Пусть x_t — стационарный (в узком смысле) эргодический процесс; $a>0$ — произвольное фиксированное число; $\eta_x(0, T)$ — число таких пересечений уровня a снизу вверх за время $[0, T]$, после которых следующее пересечение снизу вверх происходит менее чем через время x; $\hat{\eta}_x(0, T)$ — число выбросов за уровень a с началом на отрезке $[0, T]$ и с длиной, меньшей x; $\eta(0, T)$ — общее число пересечений уровня a снизу вверх за отрезок времени $[0, T]$. Пусть $\mu \equiv M\eta(0, 1) < \infty$. Доказано, что с вероятностью 1 при $T \to \infty$:

$$\frac{1}{T}\eta(0, T) \to \mu; \quad \frac{\eta_x(0, T)}{\eta(0, T)} \to G(x); \quad \frac{\hat{\eta}_x(0, T)}{\eta(0, T)} \to F(x),$$

где $G(x)$ — условное распределение момента следующего пересечения снизу вверх, при условии, что предыдущее пересечение снизу вверх произошло в начальный момент времени; $F(x)$ — условное распределение длины выброса при условии, что начало выброса совпадает с нулевым моментом времени. Подсчитано также, что средний промежуток между началами соседних выбросов равен $1/\mu$, а средняя длина выброса равна $P\{x_0 > a\}/\mu$.

Р. Ф. Матвеев

5 В21 К. Теория вероятностей. Loève Michel. Probability theory. 2nd ed. Princeton, N. J. — London, D. Van Nostrand Co., Ltd, 1960, xvi, 685 pp., 5£ 11 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 569, 12 (англ.)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Редактор *Н. В. Смирнов*

5 В22. Распределение отношения логарифма размаха одной из нескольких выборок из прямоугольной совокупности к сумме логарифмов размахов всех выборок. Lal D. N., Mishra D. Distribution of the ratio of the logarithm of any one of the ranges of samples from a rectangular population to sum of the logarithms of each of them. «J. Indian Soc. Agric. Statist.», 1955, **7**, № 1-2, 179—186 (англ.)

Распределение, указанное в заголовке, определяется в случаях: а) неравных объемов выборок таких, что разность между любыми из них не меньше 2, б) равных объемов выборок.

K. Sarkadi

5 В23. Порядковые статистики для дискретного случая с приложениями для биномиального распределения. Siotani Minoru. Order statistics for discrete case with a numerical application to the binomial distribution. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1956, **8**, № 2, 95—104 (англ.)

Пусть x — дискретная целочисленная случайная величина, принимающая значения α ($\alpha = 0, 1, 2 \ldots$) с вероятностями $p(\alpha)$ и $\sum_{\alpha=0}^{\infty} p(\alpha) = 1$, $x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(k)} - k$ независимых наблюдений x ($k \geqslant 2$). Получены точные распределения статистик:

$$x_1 = \max\{x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(k)}\},$$

$$x_2 = \min\{x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(k)}\},$$

$$R_k = x_1 - x_2.$$

Результаты применяются для сравнения k биномиальных совокупностей по выборочным данным. П. А. Строганов

5 В24. Совместное асимптотическое распределение U-статистики и порядковой статистики. Sethuraman J., Sukhatme B. V. Joint asymptotic distribution of U-statistics and order statistics. «Sankhya, Indian J. Statist.», 1959, **21**, № 3-4, 289—298 (англ.)

Если $\{a_n\}$ — последовательность целых чисел, удовлетворяющих условию $1 \leqslant a_n \leqslant n$, то под a_n-порядковой статистикой понимают a_n-й член вариационного ряда, составленного из выборки объема n. В работе для различных случаев поведения a_n при $n \to \infty$ выводятся совместные асимптотические распределения U-статистики в смысле Хёффдинга и порядковой статистики. Результаты распространяются на случаи нескольких порядковых статистик и нескольких U-статистик. Статья является обобщением другой статьи Сукхатме (РЖМат, 1959, 648), где рассматривался случай $a_n = \left[\frac{n}{2}\right]$.

Ю. И. Медведев

5 В25. Выражения для нижней грани доверительных коэффициентов. Banerjee Saibal Kumar. Expressions for the lower bound to confidence coefficients. «Sankhya Indian J. Statist.», 1959, **21**, № 1-2, 127—140 (англ.)

Рассматривается конечная совокупность с известным распределением $p_1, p_2, \ldots, p_N$ неизвестных значений $y_1, y_2, \ldots, y_N$. Для числа $M = \sum_{i=1}^{N} y_i$ выборочными оценками служат $z_s = y_i/p_i$, если s-й результат выбора есть $y_i \left(\mathrm{M}(z_s) = \sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{p_i} p_i = M\right)$. Пусть произведено n испытаний $z_1, z_2, \ldots, z_n$ с возвращением. В работе выводится оценка снизу для вероятности

$$\alpha = P\left\{\bar{z} + \frac{t\hat{\lambda}}{n} \geqslant M \geqslant \bar{z} - \frac{t\hat{\lambda}}{n}\right\},$$

где

$$\bar{z} = \frac{1}{n}\sum_{s=1}^{n} z_s, \quad \hat{\lambda} = \frac{1}{n-1}\sum_{s=1}^{n} (z_s - \bar{z})^2, \quad t > 1.$$

Приведена таблица значений α для различных n. Рассмотрен также случай выбора из k конечных совокупностей с известными распределениями p_{ij} $\left(\sum_{j=1}^{N_i} p_{ij} = 1, 1 \leqslant i \leqslant k\right)$ неизвестных значений y_{ij}. Получена оценка снизу для доверительных коэффициентов для оценки

$$M = \sum_{i=1}^{k} M_i = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N_i} y_{ij}.$$

В. С. Королюк

5 В26. Геометрия и линейный дискриминантный анализ. Clunies-Ross C. W., Riffenburgh R. H. Geometry and linear discrimination. «Biometrika», 1960, **47**, № 1-2, 185—189 (англ.)

Рассматривается задача различения индивидуумов двух популяций по некоторой совокупности измерений, образующих нормальный вектор. Наилучшей поверхностью для различения является поверхность постоянного отношения правдоподобия, которая в случае нормального распределения является гиперконусом. В настоящей статье ищется наилучшая (в смысле минимума ошибки неверной классификации) гиперплоскость и находится наилучшее направление этой гиперплоскости. Определение наилучшей константы будет проведено в другой статье, находящейся в печати. О. М. Калинин

5 В27. Добавление к теории группированных наблюдений. V. Разбиение нормальной совокупности на три группы. Gjeddebaek N. F. Contribution to the study of grouped observations. V. Three-class grouping of normal observations, «Skand. aktuarietidskr.», 1959 (1960), № 3-4, 194—207 (англ.)

Пусть нормальная совокупность со средним ξ и стандартным отклонением σ разбита на 3 группы точками $D_1 < D_2$. $\pi(x)$ обозначает функцию, обратную нормальной функции распределения. Производится выборка объема N, в которой число наблюдений, попавших в первую, вторую и третью группы, соответственно равны n_0, n_1, n_2. В качестве оценок для ξ и σ рассматриваются следующие оценки

$$\hat{\xi} = D_1 - Y_1 \frac{D_2 - D_1}{Y_2 - Y_1} = D_2 - Y_2 \frac{D_2 - D_1}{Y_2 - Y_1},$$

$$\hat{\sigma} = \frac{D_2 - D_1}{Y_2 - Y_1},$$

где $Y_1 = \pi\left(\frac{n_0}{N}\right)$, $Y_2 = \pi\left(\frac{n_0 + n_1}{N}\right)$. В статье исследуются распределения статистик $m = (\hat{\xi} - \xi)/\sigma$ и $m\sigma/\hat{\sigma}$ для $N = 40$.

Примечание референта. Задача, рассмотренная автором, подробно исследована Г. И. Егудиным (РЖМат, 1954, 2676). И. Ф. Красичков

5 В28. Семейство вспомогательных статистик. Basu D. The family of ancillary statistics. «Sankhya, Indian J. Statist.», 1959, **21**, № 3-4, 247—256 (англ.)

Статистика называется вспомогательной (в. с.) для семейства распределений P_θ, $\theta \subset \Omega$, если ее распределение не зависит от θ. В противном случае статистика называется информационной. В. с. не содержит информацию о параметре. Однако совместное рассмотрение ее с другими статистиками, которые не обязательно должны быть информационными, может дать дополнительную информацию о параметре. Автор вводит ряд определений и доказывает ряд теорем по классификации в. с., основные из которых приводятся ниже. Статистика F_2 включает статистику F_1 ($F_1 \subset F_2$), если F_1 может быть выражена как функция F_2. Если $F_1 \subset F_2$ и $F_2 \subset F_1$, то статистики эквивалентны. В. с. M называется максимальной, если не существует неэквивалентной в. с. M^* такой, что $M \subset M^*$. Если M — максимальная в. с., то для любой в. с. $F \not\subset M$ пара (M, F) — информационная. В. с., включенная в каждую максимальную в. с., называется минимальной в. с. Если M — минимальная в. с., то для любой в. с. F пара (M, F) — вспомогательная. Особо рассматриваются свойства максимальных и минимальных в. с. в случае существования полных достаточных статистик. Все определения и теоремы формулируются на языке под-σ-полей. Ю. И. Медведев

5 В29. Полезное обобщение метода двойной выборки Стейна. Wormleighton R. A useful generalization of the Stein two-sample procedure. «Ann. Math. Statistics», 1960, **31**, № 1, 217—221 (англ.)

Статья посвящена вопросу, как определить объем выборки из нормальной совокупности для оценки математического ожидания, если дисперсия совокупности неизвестна. Рассматриваются выборочные методы, описываемые следующей схемой. Первоначально производится n_0 наблюдений, по которым строится оценка дисперсии s^2. Для каждого возможного s вычерчивается кривая $n_s(L) = [t^{(\alpha)} s/L]^2$, где n — объем всей выборки, $2L$ — длина $(1-\alpha)$-доверительного интервала, $t^{(\alpha)}$ — $(1-\alpha)$-квантиль для распределения Стьюдента с $n_0 - 1$ степенями свободы. На каждой кривой из семейства $n_s(L)$ выбирается точка, соответствующая необходимому объему выборки n^*. Автор предлагает выбирать последний из условия $L = L_0$. После вторичной выборки математическое ожидание оценивается средним арифметическим всех наблюдений. Предлагаемый метод является обобщением метода Стейна (Stein C., Ann. Math. Statistics, 1945, **16**, 243—258). И. Н. Коваленко

5 В30. О преобразовании интеграла вероятности. Mallows C. L. On the probability integral trasformation. «Biometrika», 1959, **46**, № 3-4, 481—483 (англ.)

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n = n$ случайных величин с общей плотностью $f(x, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s)$. Пусть оценки для параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ строятся при помощи функций $F_1(x_1, \ldots, x_n)$, $F_2(x_1, \ldots, x_n), \ldots, F_s(x_1, \ldots, x_n)$. Пусть $y_i = \int_{-\infty}^{x_i} f(t, F_1, \ldots, F_s)\, dt$. Вычисляется ранг якобиана $J = \partial(y_1, \ldots, y_n)/\partial(x_1, \ldots, x_n)$. Оказывается, что, вообще говоря, рант J равен n. P. Révész

5 В31. Оценка наибольшего правдоподобия параметров, подчиненных связям. Aitchison J., Silvey S. D. Maximum — likelihood estimation of parameters subject to restraints. «Ann. Math. Statistics», 1958, **29**, № 3, 813—828 (англ.)

Рассматривается случайная величина X с распределением, зависящим от s параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$, связанных r функциональными зависимостями: $h_i = 0$, $i = 1, \ldots, r$, $r < s$. Ищутся оценки параметров методом наибольшего правдоподобия. Задача решается введением множителей Лагранжа. Пусть R^m — m-мерное евклидово пространство. Точка $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_s) \in R^s$ — любое значение пара-

метра. $\theta_0 \in R^s$ — истинное неизвестное значение параметра. В окрестности U_α точки θ_0 существует функция плотности f_θ, определенная на R, ее значение в точке $t \in R$ обозначим $f(t, \theta)$. Предполагается также, что для каждого θ в окрестности U_α и почти каждого t существует производная $\partial \log f(t, \theta)/\partial\theta_i$, $i = 1, 2, \ldots, s$. $h(\theta) = (h_1(\theta), \ldots, h_r(\theta))$ — непрерывная вектор-функция такая, что для каждого θ в U_α существуют производные $\partial h_j(\theta)/\partial\theta$, $i = 1, 2, \ldots, s$, $j = 1, 2, \ldots, r$, $r < s$. Кроме того, $h(\theta_0) = 0$. Точка $x = (x_1, \ldots, x_n)$ в R^n представляет совокупность n независимых наблюдений случайной величины с плотностью $f(x, \theta_0)$. На произведении $R^n \times R^s$ определяется функция правдоподобия $L(x, \theta) = \sum_{i=1}^{n} \log f(x_i, \theta)$. Пусть $l(x, \theta)$ — точка в R^s, i-я координата которой есть $\partial L(x, \theta)/\partial\theta_i$; H_θ обозначает матрицу $s \times r$ производных $\partial h_j(\theta)/\partial\theta_i$, а λ — множитель Лагранжа в R^r. Авторы принимают за оценку неизвестного параметра θ_0 решение системы уравнений

$$\begin{aligned} l(x, \theta) + H_\theta \lambda &= 0, \\ h(\theta) &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Доказательство существования решения, подобное доказательству Крамера для R^1, однако усложняется из-за связей $h(\theta) = 0$. При весьма слабых условиях приводится предложение: если x принадлежит множеству, вероятностная мера которого стремится к 1 при $n \to \infty$, то решением системы являются $\hat{\theta}(x)$, $\hat{\lambda}(x)$, причем $\hat{\theta}(x)$ близко к θ_0 и есть точка максимума функции $L(x, \theta)$ при условии $h(\theta) = 0$. Затем авторы, обобщая определение $\hat{\theta}$ и $\hat{\lambda}$ на R^n, доказывают, что случайные величины $n^{1/2}(\hat{\theta}_n - \theta_0)$ и $n^{-1/2}\lambda_n$ имеют совместное асимптотически нормальное распределение. Авторы строят итеративную процедуру решения системы, не доказывая, что итерация сходится, однако высказывают эвристические предпосылки ее сходимости. В последнем разделе авторы намечают критерий для проверки гипотезы $h(\theta_0) = 0$. J. Oderfeld

5 В32. Оценивание параметра в классической задаче о размещении. Blyth Colin R., Curme Gregory L. Estimation of a parameter in the classical occupancy problem. «Biometrika», 1960, **47**, № 1-2, 180—185 (англ.)

Классическая задача о размещении приводит к распределению вероятностей

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \sum_{\nu=0}^{n-x} (-1)^\nu \binom{n-x}{\nu} \left(1 - \frac{x+\nu}{n} p\right)^r,$$

$x = 0, 1, \ldots, n$ (Феллер, Введение в теорию вероятностей и ее приложения, Изд-во ин. лит., 1952, стр. 78). Доказывается полнота этого семейства с параметром $0 < p < 1$ и методом несмещенных оценок находится оценка для p с равномерно минимальной дисперсией. В случае $r > n$ несмещенных оценок не существует, но найденные оценки имеют равномерно минимальную дисперсию среди оценок, имеющих минимальное смещение в окрестности $p = 0$. Вычислена дисперсия оценки. О. М. Калинин

5 В33. Вероятности гипотез и информационные статистики для выборок из класса экспоненциальных совокупностей. Kupperman Morton. Probabilities of hypotheses and information-statistics in sampling from exponential-class populations. «Ann. Math. Statistics», 1958, **29**, № 2, 571—575 (англ.)

Рассматривается класс распределений вида

$$p(X|\theta) = q(\theta)\, r(x) \exp\left\{\sum_{i=1}^{h} S_i(\theta)\, t_i(x)\right\},$$

где X — вектор в k-мерном евклидовом пространстве, θ — h-мерный вектор; q, r, S_i, t_i — некоторые функции. Такой класс, как известно, допускает достаточные статистики для параметра θ. Пусть θ принимает одно из r значений $\theta_1 \ldots \theta_r$ с априорными вероятностями $\alpha_1 \ldots \alpha_r$. Делается N независимых наблюдений вектора x и результат наблюдений обозначается сокращенно через E. Зная E, надо определить неизвестный индекс m. Для этой цели предлагается использовать следующие статистики

$$I_m = N \sum_x p(x|\hat{\theta}) \cdot \log \frac{p(x|\hat{\theta})}{p(x|\theta_m)}, \quad m = 1, \ldots, r,$$

где $\hat{\theta}$ — оценка максимального правдоподобия для θ. Автор называет I_n информационной статистикой Каллбака — Лейблера по аналогии с введенным ими информационным расстоянием от распределения $p_1(x)$ до распределения $p_2(x)$

$$I(1:2) = \sum_x p_1(x) \log \frac{p_1(x)}{p_2(x)}.$$

Доказана следующая теорема: Неравенство $P(\theta = \theta_m|E) \geqslant p(\theta = \theta_n|E)$ выполняется тогда и только тогда, когда $I_m \leqslant I_n + \log \frac{\alpha_m}{\alpha_n}$ и знаки равенства могут выполняться лишь одновременно. Здесь $p(\theta = \theta_m|E)$ обозначает апостериорную вероятность события $\theta = \theta_m$ при условии E. В. Ф. Писаренко

5 В34. Эффективность в статистике. Wiggers B. G. Efficiency in de Statistiek. «Statist. neerl.», 1959, **13**, № 3, 261—280 (гол.; рез. англ.)

Из двух способов достижения данной цели определенными средствами более эффективным является тот, который требует меньшего напряжения. Исходя из этого определения, автор исследует понятие эффективности в теории оценок, при проверке гипотез, при изучении многостепенных выборок, при планировании экспериментов. Показывается, что часто является естественным (особенно для математика) рассматривать эффективность как убывающую функцию от количества наблюдений, необходимого для достижения требуемой точности. Но в практике иногда придется считаться также с другими факторами (длительность и сложность вычислений, трудности организационного характера); поэтому практическая эффективность не всегда оценивается по указанному принципу. Статья имеет обзорный характер и новых фактов не содержит. Г. К. Энгелис

5 В35. Моменты разности между средними в двух выборках из конечной совокупности и их использование в критерии рандомизации. Weibull Marrin. Moments of the difference between means in two samples from a finite population. Applied in connection with a randomisation test. «Skand. aktuarietidskr», 1959, № 1-2, 36—60 (англ.)

Автор обобщает критерии Питмана на случай, когда имеется несколько выборок и требуется сравнить средние по двум из них. Пусть N — общее число элементов в совокупности, n_1 и n_2 — объемы выборок, о которых идет речь ($n_1 + n_2 \leqslant N$); m_1 и m_2 — соответствующие выборочные средние. Ставится задача нахождения распределения (или по крайней мере процентных точек) случайной величины

$$u = (m_1 - m_2)/S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}},$$

где S — дисперсия генеральной совокупности. С этой целью автор использует «поликей» Тьюки (Tukey J. W., J. Amer. Statist. Assoc., 1950. **45**) для определения моментов и кумулянтов и аппроксимацию Грама — Шарлье. Иллюстрируя пригодность аппроксимации, автор приводит таблицы, содержащие 5%- и 1%-ные точки и приближения к ним для совокупностей

A) $x_i = i, \quad i = 1, 2, \ldots, N.$

B) $x_i = \binom{i}{2}, \quad i = 1, 2, \ldots, N.$

Случай A соответствует статистике Манна — Уитни ($n_1+n_2=N$). Приводятся вероятностные пределы для коэффициентов Грама — Шарлье до 4-го порядка включительно. I. Vincze

5 В36. Проверка равенства квантилей двух нормальных распределений. Machek Josef. Test rovnosti kvantilů dvou normálních rozděleni. «Aplikace mat.», 1960, **5**, № 3, 210—215 (чешск.; рез. русск., англ.)

Приведен критерий для проверки гипотезы о равенстве квантилей (вообще разнопроцентных) двух нормальных распределений с неизвестными параметрами. Если отношение дисперсий этих распределений известно, то получается точное распределение статистики критерия; если же отношение дисперсий неизвестно, то приведенное решение является только приближенным; критические значения представлены в форме асимптотического разложения. Приведено то же приближенное выражение для квантилей нецентрального t-распределения. F. Zitek

5 В37. Распределение классифицирующей статистики Вальда в случае известной матрицы ковариаций. John S. The distribution of Wald's classification statistic when the dispersion matrix is known. «Sankhya, Indian J. Statist.», 1959, **21**, № 3-4, 371—376 (англ.)

Пусть имеется две совокупности P_1 и P_2 объектов, на каждом из которых задано p признаков $x_1, \ldots, x_p$. В первой совокупности признаки следуют многомерному нормальному закону с неизвестными средними $\mu_1, \ldots, \mu_n$, во второй — тому же закону, но с другими неизвестными средними $\nu_1, \ldots, \nu_p$. Матрица ковариации Σ для обоих совокупностей одна и та же и известна. Ставится задача определения принадлежности объекта к одной из этих совокупностей по измерениям соответствующих ему признаков. Вальд предложил для этой цели следующую процедуру: объект с признаками $y=(y_1, \ldots, y_p)$ считается принадлежащим P_1, если $U<d$, где d выбирается согласно заданному уровню значимости;

$$U = (X^{(1)} - X^{(2)}) \sum^{-1} y';$$

$X^{(1)}$ — вектор средних, определенных для случайной выборки в n_1 объектов, относительно которых заранее известно, что они принадлежат P_1, $X^{(2)}$ — то же самое для n_2 объектов из P_2. В статье рассматривается распределение статистики U. Задача сводится к нахождению распределения случайной величины $T = \sum_{i=1}^{p} u_i v_i$, где u_i, v_i — независимые нормально распределенные случайные величины с параметрами (0, 1) для u_i и $(m_i, 1)$ для v_i. Строится характеристическая функция распределения случайной величины T

$$\varphi(\theta) = (1+\theta^2)^{-p/2} \exp\left\{-\frac{m\theta^2}{1+\theta^2}\right\},$$

где $m = \sum_{i=1}^{p} m_i$, и подробно рассматривается вопрос вычисления плотности функции распределения в случае четного и нечетного p. В. А. Маковский

5 В38. Символ для изоморизма. Kuiper N. H. Een symbool voor isomoor. «Statist. neerl.», 1959, **13**, № 3, 295—317 (гол.; рез. англ.)

Случайные величины ξ и η называются изоморными (isomoor, англ. isomorous), если их функции распределения тождественны. Автор предлагает ввести для обозначения этого соотношения особый символ: $\xi \cong \eta$ и демонстрирует преимущества этой записи при формулировке ряда определений и теорем из различных областей теории вероятностей и математической статистики. Особенное внимание уделяется краткому и точному изложению основ дисперсионного анализа. Новых результатов статья не содержит. Г. К. Энгелис

5 В39. Одно неравенство для балансирования неполных блоков. Wadie F. Mikhail. An inequality for balanced incomplete block designs. «Ann. Math. Statistics», 1960, **31**, № 2, 520—522 (англ.)

Сбалансированные неполные блоки представляют собой расположение v обработок по b блокам размера $k<v$ таким образом, что 1) каждый блок содержит k различных обработок, 2) каждая обработка встречается в r блоках и 3) любые две обработки встречаются одновременно ровно в λ блоках. При условии $v=nk$ имеет место неравенство $b \geqslant v+r-1$. Из введения автора

5 В40. О методе полного дифференциала и его эффективности в случае линейной регрессии. Pawłowski Z. On the total differential method and its efficiency in the case of a linear regression. «Zastosow. mat.», 1960, **5**, № 1, 97—118 (англ.; рез. польск., русск.)

Описывается метод (названный автором методом полного дифференциала) оценки параметров в уравнении регрессии $E(Y_t) = \sum_{i=1}^{h} a_i x_{it} + a_0$, где индекс t указывает, что наблюдение проводилось в момент t. Основным соотношением для оценки является

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^{h} a_i \Delta x_{it} + \Delta z_t, \qquad (1)$$

интерпретирующееся как полный дифференциал y_t относительно $x_{1t}, \ldots, x_{ht}$ плюс остаточный член Δz_t (первая конечная разность случайной переменной z_t $\left(E(z_t)=0 \text{ и } \sigma_z^2<\infty\right)$. Оценки параметров $a_1, \ldots, a_h$ находятся минимизацией выражения $S_1 = \sum_{t=1}^{n-1} \left(\Delta y_t - \sum_{i=1}^{h} a_i \Delta x_{it}\right)^2$ относительно $a_1, \ldots, a_h$. Параметр a_0 оценивается минимизацией $S_2 = \sum_{t=1}^{n} \left(y_t - \sum_{i=1}^{h} a_i x_{it} - a_0\right)^2$ относительно a_0 и затем подстановкой в полученное выражение для a_0 оценок для $a_1, \ldots, a_k$. Доказывается несмещенность и состоятельность таких оценок. В одномерном случае $(E(y_t) = a_1 x_t + a_0)$ выводится формула для дисперсии оценки параметра a_1, с помощью которой определяется эффективность метода полного дифференциала в сравнении с классическим методом. В конце статьи с помощью вышеуказанной интерпретации выражения (1) делается попытка обобщить метод полного дифференциала на случай нелинейной регрессии. М. Г. Поборцев

5 В41. Ранговый критерий расположения, основанный на двух выборках. Haga Toshiro. A two-sample rank test on location. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1960, **11**, № 3, 211—219 (англ.)

Даны две выборки

$\{x_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ и $\{y_j\}$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ из двух совокупностей с непрерывными функциями распределения π_1 и π_2. Объединим обе выборки и расположим их элементы в порядке возрастания. a — число элементов y, бо́льших, чем $x_{\max}$, a' — число элементов x, бо́льших, чем $y_{\max}$, b — число элементов y, меньших, чем $x_{\min}$, b' — число элементов x, меньших, чем $y_{\min}$. Предлагается использовать статистику $S=a-a'-b+b'$ для оценки сдвига между распределениями π_1 и π_2. Если две совокупности имеют одинаковое распределение, то среднее значение S равно нулю, если распределение π_2 сдвинуто вправо относительно распределения π_1, то среднее значение S имеет положительный знак. В статье приводятся выборочные распределения статистики в предположении совпадения π_1 и π_2, предельное распределение, а также содержатся таблицы критических значений статистики для нулевых гипотез в случае объема выборок m, $n \leqslant 15$ и уровней значимости $\alpha=5\%$, 2,5%, 1%, 0,5%. Л. Д. Фельдман

5 В42. Распределение обобщенной D_n^+ статистики. Dwass Meyer. The distribution of a generalized D_n^+ statistic. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 4, 1024—1028 (англ.)

Находится распределение случайной величины

$$D_n^+(\gamma) = \sup_x \{F_n(x) - \gamma F(x)\},$$

где $F_n(x)$ — эмпирическая функция распределения n независимых наблюдений случайной величины с непрерывной функцией распределения $F(x)$: при $0 < a < 1$, $a + \gamma > 1$, $\gamma > 0$, $P\{D_n^+(\gamma) < a\} = 1 - \sum_{i=0}^{k} c_n(i) = \sum_{i=k+1}^{n} c_n(i)$ и равна 0 или 1 в остальных случаях, причем

$$c_n(i) = \binom{n}{i}\left(\frac{n-i}{n\gamma} - \frac{a}{\gamma}\right)^{n-i}\left(1 - \left(\frac{n-i}{n\gamma} - \frac{a}{\gamma}\right)\right)^{i-1} \times \times \left(\frac{\gamma + a - 1}{\gamma}\right) \text{ и } \frac{k}{n} \leqslant (1-a) < \frac{k+1}{n}.$$

В случае $\gamma > 1$ находится предельное распределение $D_n^+(\gamma)$:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{D_n(\gamma) < \frac{d}{n}\right\} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\sum_{i=0}^{[d]} \frac{1}{i!} \times \times \left(\frac{i-d}{\gamma}\right)^i e^{(d-i)/\gamma}.$$

Б. А. Рогозин

5 В43. Некоторые следствия наличия наложенных ошибок при анализе временных рядов. Walker A. M. Some consequences of superimposed error in time series analysis. «Biometrika», 1960, 47, № 1-2, 33—43 (англ.)

Рассматривается временной ряд $x_t = u_t + \eta_t$, где η_t — независимые одинаково распределенные случайные величины, а u_t — стационарный случайный процесс, удовлетворяющий схеме линейной авторегрессии $u_t + a_1 u_{t-1} + \ldots + a_p u_{t-p} = v_t$, где v_t — независимые одинаково распределенные случайные величины, а a_k — константы такие, что корни уравнения $z^p + a_1 z^{p-1} + \ldots + a_p = 0$ меньше единицы. Предлагаются два метода оценки параметров a_k, $k = 1, 2, \ldots, p$, σ^2 — дисперсии v_t и σ'^2 — дисперсии η_t, использующие выборочные ковариации

$$C_s = \frac{1}{n-s}\sum_{t=1}^{n-s} x_t x_{t+s}, \quad s = 0, 1, \ldots.$$

Более простой из этих методов состоит в решении системы уравнений

$$\sum_{i=0}^{p} \hat{a}_i C_{r-i} = 0, \quad r = k+1, \ldots, k+p,$$

$$C_1 = \hat{\sigma}_u^2 \cdot \hat{\rho}_u \quad (1) \qquad C_0 = \hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma'}^2,$$

где $\hat{\sigma}_u^2$ — оценка дисперсии u_t, которую легко выразить через $\hat{\sigma}^2$ и $\hat{\sigma'}^2$, $\hat{\rho}_u(1)$ — выборочный коэффициент корреляции между u_t и u_{t+1}, а k — какое-нибудь фиксированное число. В предположении, что все распределения нормальны и $p = 1$, получены выражения для асимптотической эффективности рассматриваемых оценок. Из приведенных таблиц значений этих величин следует, что они близки к единице, если $\lambda = \sigma'^2/\sigma^2$ или $|a|$ достаточно малы. Обсуждается вопрос о вычислении асимптотики дисперсий полученных оценок, если не предполагать, что распределения нормальны. Отмечается, что к рассмотренной задаче сводится задача об оценке параметров a, b, σ^2 процесса X_t, удовлетворяющего соотношению $X_t + aX_{t-1} = v_t + bv_{t-1}$, где σ^2 — дисперсия v_t и величины v_t не зависимы, если только $0 \leqslant b \leqslant a$ $(a > 0)$ или $0 \geqslant b \geqslant a$ $(a < 0)$. В приложении вычислена асимптотика ковариаций эффективных оценок a и λ $(p = 1)$.

М. И. Фортус

5 В44. Дискретные схемы авторегрессии с изменяющимися промежутками времени. Quenouille M. H. Discrete autoregressive schemes with varying time-intervals. «Metrika», 1958, 1, № 1, 21—27 (англ.)

Пусть ξ_t — процесс авторегрессии m-го порядка, т. е.

$$\sum_{i=0}^{m} a_i \xi_{t-i} = \eta_t, \qquad (1)$$

где a_i — постоянные коэффициенты, а η_t — некоррелированные одинаково распределенные случайные величины. В работе рассматриваются два вопроса. Первый состоит в следующем. Если наблюдать значения процесса ξ_t в случайные моменты $n_1, \ldots, n_k$, где $(n_{k+1} - n_k)$ не зависят друг от друга и от величин η_t, то полученный процесс также можно представить в виде (1) с тем же самым m, однако в правой части (1) при этом будут, вообще говоря, коррелированные случайные величины. Аналогичное утверждение верно и тогда, когда в правую часть (1) члены η_t вводятся не подряд при всех t, а через случайные, не зависимые от величин η_t промежутки времени. Второй вопрос касается оценки параметров. Рассматривается следующая схема авторегрессии:

$$\xi_t + a_1 \xi_{t-1} + a_2 \xi_{t-2} = \zeta_t, \qquad (2)$$

где ζ_t получаются из некоррелированных η_t с помощью скользящих средних: $\zeta_t = \eta_t + a_3 \eta_{t-1}$. Для оценки параметров a_1, a_2, a_3 автор предлагает следующий способ. Сначала получают «первичные» оценки параметров a_1, a_2, предполагая, что ζ_t некоррелированы. Затем, подставляя в (2) эти оценки, находят оценку для a_3, с помощью которой «первичные» оценки уточняются. Эта схема проверяется на конкретном численном примере. При этом получается хорошее согласие оценок с истинными значениями параметров.

В. Ф. Писаренко

5 В45. Вычисление функции плотности квадратичной формы нормально распределенных случайных величин. Freiberger Walter F., Jones Richard H. Computation of the frequency function of a quadratic form in random normal variables. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1960, 7, № 3, 245—250 (англ.)

Пусть выборка $x = (x_1, \ldots, x_n)$ берется из дискретнозначной стационарной временной последовательности $\ldots y_{-1}, y_0, y_1, \ldots$ нормально распределенных случайных величин с нулевым средним и ковариационной матрицей R с элементами $r_{i,\,i+\nu} = r_\nu = E(y_i y_{i+\nu})$. Спектральное представление есть $r_\nu = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda\nu}\,dE(\lambda)$; если $F(\lambda)$ абсолютно непрерывно, то $E(\lambda) = \int_{-\pi}^{\lambda} f(\lambda)\,d\lambda$. Для оценки $f(\lambda)$ берется квадратичная форма

$$Q = \sum_{\nu,\,\mu=1}^{n} \omega_{\nu-\mu}\, x_\nu\, x_\mu,$$

где ω_ν могут быть записаны в виде

$$\omega_\nu = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x(\lambda)\, e^{i\lambda\nu}\,d\lambda.$$

Подробно рассматривается один из методов определения распределения Q (который, как указывается, особенно эффективен для цифровых вычислительных машин). Известно, что характеристическая функция Q имеет вид

$$\varphi(z) = Ee^{izQ} = \prod_{j=1}^{n}(1 - 2i\lambda_j z)^{-1/2} = |I - 2izRW|^{-1/2},$$

где $\omega_{\nu\mu} = \omega_{\nu-\mu}$ — элементы неотрицательно определенной симметрической матрицы W; λ_j $(j = 1, \ldots, n)$ — соб-

ственные значения матричного произведения $R\mathcal{W}$. Тогда функция плотности для Q имеет вид:

$$g(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixz}\prod_{j=1}^{n}(1-2iz\lambda_j)^{-1/2}\,dz.$$

Предлагается разложить $g(x)$ в ряд по полиномам Лагерра $L_n^{(\alpha)}(x)$.

$$g(x) = \frac{\lambda^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)}\,x^{\alpha}\,e^{-\lambda x}\left[1+\sum_{i=3}^{\infty}c_iL_i^{(\alpha)}(\lambda x)\right].$$

Достаточным условием для сходимости ряда является

$$f(x) = O\left(e^{-x/2}x^{\alpha/2-1/\nu-\delta}\right),\quad \delta>0,\quad x\to\infty$$

или

$$f(x) = O\left(e^{-x/2\lambda_m}x^{n/2-1}\right),\ \lambda_m=\max\lambda_j,\ x\to\infty.$$

Если собственные значения равны, то в результате получаем χ^2 распределение с n степенями свободы. Для больших выборочных объемов достаточно эффективно употреблять асимптотическое распределение собственных значений. Дан численный пример.

В. И. Бабкин

5 В46. Приближение к распределению выборочного объема для последовательных тестов. II. Тесты сложных гипотез. Bhate D. H. Approximation to the distribution of the sample size for sequential tests. II. Tests of composite hypotheses. «Biometrika», 1960, **47**, № 1-2, 190—193 (англ.)

Методы, ранее использованные автором (РЖМат, 1960, 10671) для изучения распределения решающего объема выборки для последовательных тестов простых гипотез, обобщаются на случай сложных гипотез. Р. Х. Дивеев

ТЕОРИЯ ИГР, ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА

Редактор *Н. Н. Воробьев*

5 В47. Конкурентные коэффициенты. Friedman Lawrence. Competitive coefficients. «Manag. Sci.», 1959, **5**, № 4, 404—409 (англ.)

Конкурентным коэффициентом (к. к.) $w_{ij}\in[-1,1]$ автор называет величину, которой готов пожертвовать i-й игрок, чтобы воспрепятствовать выигрышу j-го игрока размером в 1. Рассматриваются два способа изменения матриц выигрышей ненулевой игры N лиц с помощью применения к. к. для учета того обстоятельства, что каждому игроку, кроме его личного выигрыша, небезразличны и выигрыши других участников. Предполагается, что к. к. не зависят от величин выигрышей.

С. С. Кислицын

5 В48. Измерение путем последовательных сравнений. Steinhaus H., Trybuła S. Pomiar przez kolejne porównywanie. «Zastosow. mat.», 1959, **4**, № 3, 204—212 (польск.; рез. русск., англ.)

Приводится решение методами теории игр нескольких практических вопросов из области приближенных измерений некоторых величин.

5 В49. О коалиционных играх. Воробьев Н. Н. «Докл. АН СССР», 1959, **124**, № 2, 253—256

Пусть I — конечное множество и для каждого $i\in I$ задано конечное множество S_i. Под S_K, где $K\subset I$, будем понимать $\prod_{i\in K} S_i$, а под μ_K — вероятностную меру на S_K. Меры μ_K и μ_L называются согласованными, если $\mu_K(A)=\mu_L(A)$ для любого $A\subset S_{K\cap L}$. Семейство мер называется согласованным, если все входящие в него меры попарно согласованы. Приводится необходимое и достаточное условие (называемое условием регулярности) существования меры μ_I, согласованной с любой из мер согласованного семейства мер $\{\mu_K\}_{K\in\mathfrak{K}}$ («продолжимости» $\{\mu_K\}_{K\in\mathfrak{K}}$) в терминах топологических свойств семейства $\mathfrak{K}$ подмножеств I, рассматриваемого как комплекс. Описывается класс игр, в которых игроки могут участвовать в нескольких коалициях и получать в них несравнимые друг с другом выигрыши. К исследованию таких игр применяются указанные выше понятия и результаты. И. В. Романовский

5 В50. Устойчивые ситуации в коалиционных играх. Воробьев Н. Н. «Докл. АН СССР», 1960, **131**, № 3, 493—495

Излагается новый вариант теории коалиционных игр, отличающийся от предыдущего (реф. 5В49) тем, что выигрыши определены не для игроков, входящих в коалиции, а для некоторых коалиций в целом. Вводится определение φ-устойчивых ситуаций: Пусть φ — отображение множества выигрывающих коалиций $\widetilde{\mathfrak{K}}$ в множество всех коалиций $\mathfrak{K}$, причем $\widetilde{K}\cup\varphi\widetilde{K}\in\mathfrak{K}$ и $\widetilde{K}\cap\varphi\widetilde{K}=\Lambda$ Ситуация π называется φ-устойчивой, если при любом $\widetilde{K}\in\widetilde{\mathfrak{K}}$ изменение стратегии коалицией $\varphi\widetilde{K}$ влечет меньшие потери для коалиции $\widetilde{K}$, чем такое же изменение стратегии коалицией $\varphi\widetilde{K}$ при одновременном изменении стратегии коалицией $\widetilde{K}$. Выделяется класс отображений вида φ и утверждается, что для отображений φ^*, принадлежащих этому классу, коалиционная игра имеет φ^*-устойчивые ситуации. И. В. Романовский

5 В51. Об одной многошаговой игре. Sakaguchi Minoru. On a certain multi-stage game. «Repts Statist. Applic. Res., Union Japan Scientists and Engrs», 1959, **6**, № 1, 1—4 (англ.)

Методами динамического программирования изучается следующая модель: Игрок распределяет свой капитал на n ставок $z=z_1+\ldots+z_n$ и ожидает исхода случайного испытания, у которого i-й исход имеет вероятность p_i. Ставки на непроизошедшие исходы пропадают, а за ставку z_{i_0} на произошедший исход i_0 игроку выплачивают $z_{i_0}\,z_{i_0}$. Рассматривается задача о максимизации математического ожидания логарифма капитала игрока через N шагов для случаев, когда игрок знает вероятности p_i и когда он играет против природы.

И. В. Романовский

5 В52. Взаимодействие между лицами, принимающими решения. Törnqvist Leo. The interplay between decision makers. «Corf. 6 Congr. internat. «Inst. Manag. Sci.», Paris, 1959, Londres — Paris — New York — Los Angeles, s. a., 1/12—5/12 (англ.)

Предлагаются некоторые подходы к задаче о выборе стратегий несколькими принимающими решения лицами, каждое из которых стремится максимизировать свою функцию предпочтения, зависящую также и от стратегий других участников. Заметка конспективна и, по-видимому, носит предварительный характер. А. А. Корбут

5 В53. Игры на экономическое выживание. Shubik Martin, Gerald L. Games of economic survival. «Naval Res. Logist. Quart.», 1959, **6**, № 2, 111—123 (англ.)

Описываются конкретные игры на выживание для случая одного и двух игроков. Приводятся эконометрические соображения в пользу рассмотрения подобных моделей. И. В. Романовский

5 В54. Оптимально-экономичный характер некоторых правил решения Беховера и Собела. Hall Wm. Jackson. The most-economical character of some Bechhofer

and Sobel decision rules. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 4, 964—969 (англ.)

Основной результат работы заключается в указании оптимальной решающей функции для выделения распределения с экстремальным, либо масштабным параметром, либо параметром сдвига. Предполагается, что для каждого из значений параметра существует достаточная статистика, обладающая монотонным отношением правдоподобия. С. С. Кислицын

5 В55. Оптимальные производственные матрицы. Stahlknecht P. Optimale Betriebsmatrizen. «Unternehmensforschung», 1959, **3**, № 1, 17—29 (нем.; рез. англ.)

Рассматриваются задачи линейного программирования с дополнительными ограничениями на переменные вида $x_k \leqslant r_k$, где величины r_k могут меняться. В этом случае оптимальное решение для задачи с измененными r_k может быть при помощи простых матричных преобразований найдено из решения исходной задачи. Приведены примеры. А. А. Корбут

5 В56. Преобразование системы линейных ограничений с помощью вектора α. Wersan Stephen J. The alpha vector transformation of a system of linear constraints. «Communs Assoc. Comput. Mach.», 1959, **2**, № 9, 33—34 (англ.)

Пусть система ограничений в задаче линейного программирования приведена к виду: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m; n < m)$, где $a_{ij} = \pm\,\delta_{ij}$; $b_i \geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{m} b_i^2 \neq 0$. Перепишем ее так: $\sum_{j=1}^{n} P_j x_j = P_0$. В процессе нахождения допустимого базисного решения оказывается полезным умножение слева обеих частей системы на $m \times m$-матрицу $W = (P_\alpha, P_2, \ldots, P_m)$, где $P_\alpha^T = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$ с таким выбором α_i, что: 1) $W^2 = I_m$; 2) $WP_0 = (b_1', b_2', \ldots, b_m')$, причем

$$b_i' \geqslant 0, \quad \sum_{i=1}^{n} (b_i')^2 \neq 0.$$

С. С. Кислицын

5 В57. Распределение ресурсов по пунктам со случайным спросом (транспортные назначения в железнодорожном объединении). Saposnik Rubin, Smith Vernon L., Lindeman A. R. Allocation of a resource to alternative probabilistic demands: transport-equipment pool assignments. «Naval Res. Logist. Quart.», 1959, **6**, № 3, 193—207 (англ.)

Имеется n пунктов. Вероятность потребности k вагонов на i-м пункте равна p_i при $k = 0$ и $(1 - p_i)/\alpha_i$ при $k = 1, 2, \ldots, \alpha_i$. Прибыль от использования вагона на i-м пункте равна λ_i. Находятся: распределение S вагонов по n пунктам, максимизирующее м. о. прибыли, а также распределение, минимизирующее м. о. числа неудовлетворенных требований. При расчете потребностей на более длительный срок вероятности спроса следует считать равными p_i при $k = 0$, $(1 - p_i)(e^{\beta_i} - 1)\,e^{-\beta_i k}$ при $k \neq 0$ и учитывать стоимость γ содержания вагона в течение срока. С. С. Кислицын

5 В58. О некоторых свойствах конечных графов в связи с задачей о перевозках. Цетлин М. Л. «Докл. АН СССР», 1959, **129**, № 4, 747—750

Доказывается, что в дереве с четным числом вершин существует не более двух, а в дереве с нечетным числом вершин — ровно одна вершина, сумма расстояний от которой до всех остальных вершин достигает минимума. Приводится формула для нахождения этого минимума. Указывается алгорифм составления минимального плана перевозок для случая ациклической транспортной сети, который основан на том, что оптимальный план является единственным допустимым планом, не содержащим встречных перевозок. Приводится условие оптимального плана перевозок по любому графу, на базе которого строится алгорифм составления оптимального плана, состоящий в пересмотре (возможно, неоднократном) всех циклов графа. Теорема 4 содержит известный результат о существовании оптимального плана, в котором перевозки происходят только по некоторому ациклическому подграфу исходного графа. И. В. Романовский

5 В59. Метод решения транспортной задачи. Gerstenhaber Murray. A solution method for the transportation problem. «J. Soc. Industr. and Appl. Math.», 1958, **6**, № 4, 321—334 (англ.)

Описывается метод потенциалов для решения транспортной задачи в форме Хичкока линейной функции цены, для монотонно возрастающей цены перевозки и для случая возможной вариации (в заданных пределах) объемов производства. Приводится также одно видоизменение транспортной задачи, учитывающее особенности капиталистической системы ведения хозяйства. И. В. Романовский

5 В60. Вычислительный метод для транспортной задачи на сети. Fujisawa Toshio. A computational method for the transportation problem on a network. «J. Operat. Res. Soc. Japan», 1958, **1**, № 4, 157—174 (англ.)

Переоткрытие метода потенциалов Л. В. Канторовича для решения транспортной задачи в сетевой постановке. И. В. Романовский

5 В61. Комбинаторный метод для решения транспортной задачи. Egerváry Jenő. Kombinatorikus módszer a szállítási probléma megoldására. «Magyar tud. akad. Mat. kutató int. közl.», 1959, **4**, № 1, 15—28 (венг.; рез. русск., англ.)

Изложение так называемого венгерского метода для решения задачи о назначениях, полученного Куном (РЖМат, 1958, 4002), с использованием работы автора 1931 г. и сведение транспортной задачи с целочисленными данными к задаче о назначениях. И. В. Романовский

5 В62. Пертурбация коэффициентов ограниченного экстремума. Saaty Thomas L. Coefficient perturbation of a constrained extremum. «Operat. Res.», 1959, **7**, № 3, 294—302 (англ.)

Значительное место занимает численное решение симплекс-методом примера на линейное программирование, содержащего в коэффициентах линейной формы и неравенств параметр t в первой степени. Далее следует несколько указаний относительно решения более общих задач, а в заключение находится выражение для производной от максимума линейной формы по параметру, входящему в эту форму и в ограничения нелинейно. С. С. Кислицын

5 В63. Линейное программирование с переменными ограничениями. Hartley Herman O., Loftsgard Laurel D. Linear programming with variable restraints. «Iowa State Coll. J. Sci.», 1958, **33**, № 2, 161—172 (англ.)

Сформулирован ряд правил, позволяющих на основе симплекс-метода решать задачи линейного программирования в случае изменения наличных ресурсов. Л. И. Горьков

5 В64. Линейное программирование в производственных задачах с переменными ограничениями. Stahlknecht Peter. Linear Programming bei betriebswirtschaftlichen Problemen mit veränderlichen Bedingungen. «Wiss. Z. Karl-Marx-Univ., Leipzig. Math.-naturwiss. Reihe», 1958—1959, **8**, № 3, 693—702 (нем.; рез. англ., франц.)

Рассматривается задача о смесях с дополнительными ограничениями и предлагается метод ее решения, основанный на двойственном симплекс-методе. Приведены примеры. А. А. Корбут

5 В65. Медианная регрессия и линейное программирование. Bejar Juan. Median regression and linear

programming. «Trabajos esta dist», 1956, 7, 141—158 (исп.; рез. англ.)

Кривая медианной регрессии $y = g(x)$ определяется из соотношения $\int_{-\infty}^{g(x)} f(y \mid x)\, dx = \frac{1}{2}$, где $f(y \mid x)$ — условная плотность y при заданном x. При этом определении $g(x)$ достигается минимум выражения $E\,|y - g(x)|$. Автор рассматривает определенные свойства двух распределений x, получаемых интегрированием по всем значениям y, соответственно большим или меньшим, чем $g(x)$; в частности, рассмотрен случай, когда $g(x)$ — полином. Автор рассматривает также эмпирическое сглаживание $y = \alpha + \beta x$ с помощью минимизации выражения $\sum |y - \alpha - \beta x|$, и проводит аналогию между этой задачей и задачей линейного программирования.

H. L. Seal

Перевод из Math. Revs, 1957, 18, № 9, 771.

5 В66. Несколько замечаний по поводу задачи об ассортименте. Sadowski Wieslaw. A few remarks on the assortment problem. «Manag. Sci.», 1959, 6, № 1, 13—24 (англ.)

Пусть между весом w стального бруса и его прочностью s имеется зависимость $w = g(s)$. Ассортимент может быть описан вектором весов $(w_1, \ldots, w_n)$ или прочностей $(s_1, \ldots, s_n)$, рассчитанных на единицу длины. Пусть $l(w)$ — плотность распределения спроса на брусы веса w. Требуется найти оптимальный ассортимент, удовлетворяющий спросу и дающий минимальный расход стали, т. е. минимизировать

$$\sum_{i=1}^{n} \int_{w_{i-1}}^{w_i} (w_i - w)\, l(w)\, dw,$$

что сводится к минимизации

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \int_{w_{i-1}}^{w_i} l(w)\, dw.$$

Отмечаются трудности решения этой задачи обычными методами дифференциального исчисления и предлагается подход с точки зрения динамического программирования. Получающееся уравнение имеет вид $f_i(a) = \max_{a<y<b} [S(a, y) - f_{i-1}(y)]$. Показано, что задача об ассортименте эквивалентна известной задаче об оптимальном управлении запасами, а в несколько усложненной форме — задаче о выборе маршрута (РЖМат, 1959, 5024). Намечены пути обобщения рассмотренной задачи. В формуле (6) имеется легко устранимая опечатка.

А. А. Корбут

5 В67. Применение линейного программирования в горной промышленности. Williams K. B., Haley K. B. An application of linear programming in the mining industry. «Elektron. Datenverarb.», 1959, № 4, 5—10 (англ.; рез. нем.)

Пример применения транспортной задачи в вопросе об оптимальной перевозке различных сортов угля с 28 шахт к 7 центральным прачечным. А. А. Корбут

5 В68. Исследование средних качеств изделий неопределенной формы, упаковываемых в параллелепипедные кипы. Mikulski P., Rudzki W., Wiśniewski K. Badanie właściwości średnich towarów bezkształtnych pakowanych w prostopadłościenne bele. «Zastosow. mat.», 1959, 4, № 4, 332—340 (польск.; рез. русск., англ.)

5 В69. Построение кривых, описывающих средние издержки, методами линейного программирования. Barker Randolph. A derivation of average cost curves by linear programming. «Agric. Econ. Res.», 1960, 12, № 1, 6—12 (англ.)

5 В70. Оперативная разметка. Изучение следствий геометрических ошибок при классическом измерении. Keller A. La cotation opérationnelle. Examen d'une des conséquences des erreurs géométriques du dimensionnement classique. «Mec. industr.», 1959, № 49, 22—29 (франц.)

Продолжение серии статей автора (РЖМат, 1960, 702).

5 В71. Новые возможности получения заготовок за счет увеличения допусков при машинной обработке методом оперативной разметки. Keller Augustin. Possibilites nouvelles d'obtention de pieces en élargissant les tolerances d'usinage, par la cotation opérationnelle. «Méc. industr.», 1959, 6, № 50, 21—27 (франц.)

Продолжение предыдущей статьи автора (реф. 5В70).

5 В72. Линейное программирование. Bláha Karel, Machek Josef. Lineární programování. «Pokroky mat., fys. a astron.», 1960, 5, № 1, 28—41 (чешск.)

5 В73. Линейное программирование. Ч. II. Примеры решения некоторых задач. Bláha Karel, Machek Josef. Lineární programování. Č. II. Příklady řešení některých úloh. «Pokroky mat., fis. a astron.», 1960, 5, № 2, 129—147 (чешск.)

5 В74. Методы линейного программирования. Введение. Winkel Harald. Methoden der linearen Planungsrechnung. Eine Einführung. «Betriebswirtsch. Forsch. und Praxis», 1960, 12, № 1, 19—30 (нем.)

Элементарная статья для нематематиков.

5 В75. Линейное программирование. Gregory Bob Lee. Linear programming. «Carnegie Techn.», 1959, 24, № 2, 23—25, 40, 58 (англ.)

Изложены основные идеи графического и симплекс-методов решения задач линейного программирования. Статья рассчитана на широкий круг читателей, не являющихся специалистами-математиками. Л. Н. Куцев

5 В76. Влияние ошибок предсказания в оптимальном программировании. Theil H., Kaptein E. The effect of forecasting errors on optimal programming, «Conf. 6 Congr. internat. «Inst. Manag. Sci.», Paris, 1959, Lonfres—Paris—New York—Los Angeles», s. a., 1/2—26/2 (англ.)

Задача максимизации квадратичной функции предпочтения $w(x, y)$, в которой вектор x контролируется принимающим решения лицом, а вектор y связан с ним соотношением

$$y = Rx + s, \qquad (1)$$

где s — случайный вектор, рассматривается при некоторых предположениях относительно структуры матрицы R. Рассмотрение ведется в основном на примере, в котором в качестве соотношения (1) использована простая линейная эконометрическая модель, а числовые данные взяты из американской экономики периода борьбы с депрессией (1933—36 гг.). А. А. Корбут

5 В77. Одна теорема о выпуклом программировании. Karush William. A theorem in convex programming. «Naval Res. Logist. Quart.», 1959, 6, № 3, 245—260 (англ.)

Рассматривается вопрос о минимизации функции $F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i)$, где f_i — выпуклые функции вещественной переменной, при условиях

$$A \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant \ldots \leqslant x_n \leqslant B. \qquad (1)$$

Доказана следующая теорема: Пусть функции $f_i(x_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ определены для всех значений вещественной переменной x_i. Тогда функция $F(A, B) = \min_{A \leqslant x_1 \leqslant \ldots \leqslant x_n \leqslant B} \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i)$ при условии $A \leqslant B \leqslant C$ (A, B, C фиксированы) удовлетворяет функциональному уравнению

$$F(A, C) = F(A, B) + F(B, C) - F(B, B).$$

В ходе доказательства установлено следующее интересное свойство: Для того чтобы набор $x_1, x_2, \ldots, x_n$, удовлетворяющий условиям (1), давал минимум $F(x_1, \ldots, x_n)$, необходимо и достаточно, чтобы:

при $A \leqslant C \leqslant B$ $\sum_{i=j}^{s} D^+ f_i(C) \geqslant 0$,

при $A - C \leqslant B$ $\sum_{i=r}^{l} D^{-} f_i(C) \leqslant 0$,

где j — любое из $r \leqslant j \leqslant s$, а s, r и l определены следующим условием: $r \leqslant i \leqslant s$ — наибольший интервал индексов, на котором x_i принимает постоянное значение, обозначенное через C. (D^{+}, D^{-} — соответственно, производная справа и слева).

Теорема 2. Пусть выпуклые функции $f_i(x)$ определены для $-\infty < x < +\infty$ и ограничены снизу. Тогда $F(A, B)$ представима следующим образом: $F(A, B) = M(A) + N(B)$ $(A \leqslant B)$, где $M(x)$ и $N(x)$ — соответственно возрастающая и убывающая выпуклые функции для $-\infty < x < +\infty$. Результаты распространены на бесконечный случай: $F(A, B) = \min \int_0^T f(t, x(t))\, dt$ для возрастающей функции $x(t)$. А. А. Каплан

5 В78. Кратчайший путь через лабиринт. Moore Edward F. The shortest path through a maze. «Proc. Internat. Sympos. Theory Switch. (Apr., 1957). Part 2. Cambridge, Mass., Harvard Univ. Press», 1959, 285—292 (англ.)

Для нахождения кратчайшего пути от входа до выхода (при имеющемся плане лабиринта) следует последовательно находить кратчайшие расстояния от перекрестков лабиринта до выхода, начиная с перекрестков, ближайших к выходу. Кратчайший путь определится сам собой. И. В. Романовский

5 В79. Приложение динамического программирования к синтезу логических систем. Bellman Richard, Holland John, Kalaba Robert. On an application of dynamic programming to the synthesis of logical systems. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1959, **6**, № 4, 486—493 (англ.)

Рассматривается задача о переводе системы из одного заданного состояния в другое за минимальное число шагов. Используется обычный для этих авторов динамический подход, который в данном случае повторяет алгорифм Е. Ф. Мура для нахождения кратчайшего пути через лабиринт (реф. 5В78). И. В. Романовский

5 В80. Регулирование рубки леса с помощью динамического программирования. Arimizu Tsutomu. Regulation of the cut by dynamic programming. «J. Operat. Res. Soc. Japan», 1958, **1**, № 4, 175—182 (англ.)

Ставится и решается указанная в заголовке задача. Целевой функцией является количество древесины, получаемое за время T. И. В. Романовский

5 В81. Стратегии и модели обучения. Bryant Steven J., Marica John G. Strategies and learning models. «Psychometrika», 1959, **24**, № 3, 253—256 (англ.)

Рассматривается модель обучения Эстеса (РЖМат, 1956, 1554, ч. 9). Доказывается, что если объект на каждом опыте помнит результаты k предыдущих опытов, то его асимптотическое поведение совпадает с поведением, которое имеет место в модели Эстеса. Е. Б. Яновская

5 В82. Случайные процессы в экономической теории и анализе. Moran P. A. P. Random processes in economic theory and analysis. «Sankhyā Indian J. Statist.», 1959, **21**, № 1-2, 99—126 (англ.)

Обзорная статья по исследованиям случайных процессов с дискретным временем, имеющих отношение к экономике и эконометрике. Библ. 80 назв. И. В. Романовский

5 В83. Методы математического анализа в социалистическом планировании. Németi Ladislau. Metodele analizei matematice în planificarea socialistă. «Studii şi cercetări mat. Acad. RPR Fil. Cluj», 1957, **8**, № 3-4, 369—390 (рум.; рез. русск., франц.)

Методами вариационного исчисления исследуется задача о распределении средств труда между I и II подразделениями (производство средств производства и производство средств потребления) социалистического хозяйства. Показано, что полученные результаты находятся в соответствии с требованиями марксистской политической экономии. Рассмотрен численный пример. Л. И. Горьков

5 В84. Избранные главы экономики, затрагивающей математические рассуждения. Koopmans Tjalling C., Bausch Augustus F. Selected topics in economics involving mathematical reasoning. «SIAM Rev.», 1959, **1**, № 2, 79—148 (англ.)

Обработка лекций, прочитанных Купмансом в Станфордском университете в 1957 г. Гл. 1—9 посвящены статическим задачам микроэкономики. В этих главах изучается, главным образом, теория равновесия конкуренции в различных экономических моделях. После гл. 2 имеется написанное Дебре приложение, в котором доказана теорема об отделимости выпуклых множеств. Гл. 6 представляет собой лекцию Мак-Кензи о модели Грэхема международной торговли. Гл. 10 посвящена динамическим задачам макроэкономики. Рассмотрены модели специфических рынков, Кейнса и Самуэльсона — Хикса. В гл. 11 рассмотрен вопрос об обработке конкретной информации для построения экономических моделей. Л. И. Горьков

5 В85. Заключительное собрание.—. Réunion de cloture. «Econométrie. Paris, CNRS», 1953, 249—255 (франц. и англ.)

Р. Фриш подчеркивает значение эконометрики и ее связь с политической экономией и статистикой, классифицирует задачи, рассмотренные эконометрическим коллоквиумом (происходившем в Париже в мае 1953 г. по инициативе Дармуа), и разъясняет сущность противоречий, возникших в ходе обсуждения. Э. А. Меркулова

5 В86. Распределение богатства. Sargan J. D. The distribution of wealth. Econometrica», 1957, **25**, № 4, 568—590 (англ.)

Автор ставит перед собой задачу найти плотность распределения богатства в стране, исходя из следующих предположений: 1) хозяйства могут порождать новые хозяйства; 2) часть богатства может переходить в виде «подарков» от одного хозяйства к другим; 3) с течением времени богатство возрастает; 4) некоторые хозяйства прекращают свое существование. Облекая эти предположения в математическую форму, автор получает отсюда интегро-дифференциальное уравнение для искомой плотности $f(w, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\left[\frac{\partial \overline{S}}{\partial w} - f_5(w)\right] f - \overline{S}\frac{\partial f}{\partial w} + \int_0^{\infty} [f_1(w, w_0) + f_3(w, w_0) + f_5(w_0) f_7(w, w_0)] f(w_0)\, dw_0.$$

После ряда замен задача сводится к решению интегрального уравнения

$$A(w) = A_0 + \int_0^{\infty} K(w, w_0) A(w_0)\, dw_0.$$

При некоторых упрощающих предположениях это решение находится. Основной результат: для весьма широкого класса функций распределение получается асимптотически логнормальным. В заключение приводятся конкретные задачи, подтверждающие сделанный вывод. С. С. Кислицын

5 В87. Индексы потребительских цен и функции спроса. Konüs A. A. Consumer price indexes and demand functions. «Rev. Inst. internat. statist.», 1958, **26**, № 1—3, 29—36 (англ.; рез. франц.)

Пусть денежные затраты потребителя в начальный момент равны K, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — цены товаров в текущий момент, отнесенные к начальным ценам. Индексом потребительских цен называется функция $I = I(x_1, x_2, \ldots, x_n, K)$, однородная степени 1 относительно $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и такая, что денежный расход,

обеспечивающий начальный уровень потребления, равен IK. Зная I, K и относительные цены, можно найти величины потребления q_j каждого из видов товаров (они равны $K\frac{\partial I}{\partial x_j}$, $j=1, 2, \ldots, n$). Приводится конкретный численный пример такого расчета в предположении, что

$$I=\left[\frac{C_1x_1^t+C_2x_2^t+\cdots+C_nx_n^t}{K}\right]^{1/t},$$

где $\sum_{i=1}^{n} C_i=K$ и $t, C_1, \ldots, C_n$ линейно зависят от K (оценки коэффициентов этих зависимостей произведены по методу наименьших квадратов). С. С. Кислицын

5 В88. Обобщение формул для индексов Стьювела. Banerjee K. S. A generalization of Stuvel's index number formulae. «Econometrica», 1959, **27**, № 4, 676—678 (англ.)

Определение индексов см. РЖМат, 1959, 10288. Указанное в заглавии обобщение достигается введением в систему уравнений, определяющих индексы, новой функции $a(p, q)$. Перечислен ряд классов функций, к которым может принадлежать $a(p, q)$. С. С. Кислицын

5 В89. Исследование политики закупок. Morris William T. Some analysis of purchasing policy. «Manag. Sci.», 1959, **5**, № 4, 443—452 (англ.)

На простых математических моделях исследуются основные свойства стратегий закупок в предположении, что рыночные цены — случайные величины. В частности, выяснены стратегии оптимальной закупки на фиксированную сумму денег и «спекулятивные стратегии», имеющие целью максимизацию математического ожидания прибыли. А. А. Корбут

5 В90. О математических моделях в экономике. Lourenço Filho Ruy. Dos modelos matemáticos em economia. «Rev. Fac. ciênc. econ. Univ. minas Gerais», 1955, **4**, № 8, 70—169 (порт.; рез. франц., англ.)

Обзорная статья. Библ. 206 назв. А. А. Корбут

5 В91. Обобщение теорий общего экономического равновесия и общественного блага в случае риска. Allais M. Généralisation des théories de l'équilibre économique général et du rendement social au cas du risque. «Econométrie. Paris, CNRS», 1953, 81—109. Discuss., 110—120 (франц.)

5 В92. Проблема агрегации в анализе балансов затрат и выпуска продукции. Ara Kenjiro. The aggregation problem in input-output analysis. «Econometrica», 1959, **27**, № 2, 257—262 (англ.)

Пусть в n-секторной модели Леонтьева производится агрегация (объединение) первых s_1 секторов, вторых s_2 секторов и т. д. ($s_1+\ldots+s_m=m$, $m<n$). В заметке получены необходимые и достаточные условия допустимости такой агрегации, а также исследована связь между динамической устойчивостью исходной и агрегированной модели. А. А. Корбут

5 В93. Заметка о выборе промышленниками каналов распределения. Artle Roland, Berglund Sture. A note on manufacturers' choice of distribution channels. «Manag. Sci.», 1959, **5**, № 4, 460—471 (англ.)

Сделана попытка сравнить оптовую и розничную торговлю, используя математический аппарат. В рациональные выражения для суммарных расходов входит 19 переменных (число торговцев, число посредников, почасовая плата торговцев и т. д.). С. С. Кислицын

5 В94. Составление графиков сверхурочных работ. Suzuki Yukio. On scheduling of overtime work. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1957, **9**, № 1, 37—42 (англ.)

Заказы на продукцию поступают в конце месяца, а поставляться она должна в середине следующего месяца. Объем заказа заранее неизвестен: его выполнение может потребовать использования сверхурочных работ различных видов (с повышенной оплатой труда). Нужно найти график сверхурочных работ в период от сдачи заказа до поступления нового заказа так, чтобы минимизировать суммарное математическое ожидание расходов на оплату сверхурочных и расходов, которые несет предприятие в случае перепроизводства. Методами дифференциального исчисления получены оптимальные поведения для двух случаев этой задачи (распределение спроса считается заданным). А. А. Корбут

5 В95. Метод упорядочения по специальности и разряду для построения обоснованных тарифных ставок. Müller K. Die Profil/Rangreihenmethode zum Aufbau der Gehaltsordnung von Kaderfunktionen. «Unternehmensforschung», 1959, **3**, № 1, 30—36 (нем.; рез. англ.)

Предлагается метод классификации работников, основанный на анализе и сравнении небольшого числа факторов (знания и способности, ответственность, требовательность и т. п.). А. А. Корбут

5 В96. Выбор наилучшего момента для капитального ремонта. Burg A. R., van der, Hemelrijk J. Choosing the best moment for overhaul. «Conf. 6 Congr. internat. «Inst. Manag. Sci.», Paris, 1959. Londres—Paris—New York—Los Angeles», s. a., 1/50—20/50 (англ.)

Дано подробное исследование и решение детерминированной и стохастической моделей, описывающих оптимальный выбор момента для замены или ремонта оборудования в зависимости от «функции износа». Применение стохастической модели проиллюстрировано на конкретном промышленном примере (оборудование для электролиза). А. А. Корбут

5 В97. Принятие решений администрацией с учетом получаемой информации. Chacko George K. Management decision-making with research information. «Conf. 6 Congr. internat. «Inst. Manag. Sci.», Paris, 1959, Londres—Paris—New York—Los Angeles», s. a., 1/15—12/15 (англ.)

Краткое описание статистической модели спроса. Высказывается также ряд общих соображений относительно методики исследования операций. С. С. Кислицын

5 В98. О ценах стратегической информации. Sakaguchi Minoru. Values of strategic information. «Repts Statist. Applic. Res., Union Japan. Scientists and Engrs», 1959, **6**, № 1, 5—12 (англ.)

Информация о том, что выбор, сделанный противником, принадлежит некоторому множеству, увеличивает выигрыш игрока. Это приращение выигрыша можно назвать ценой упомянутой стратегической информации. И. В. Романовский

5 В99. Исследование операций и электронные вычислительные машины в объединенной нефтяной компании. Sorensen E. E., Fullerton H. V. Operations research and computers in an integrated oil company. «Proc. Canad. Conf. Comput. and Data Process.», Toronto, 1958. Toronto, s. a., 229—247 (англ.)

Отчет (носящий в основном описательный характер) о решении некоторых практических задач линейного программирования на электронных вычислительных машинах. А. А. Корбут

5 В100. Назначение количественных характеристик для качественных факторов в проблеме о размещении электронного оборудования на военно-морском флоте. Aumann R. J., Kruskal J. B. Assigning quantitative values to qualitative factors in the naval electronics problem. «Naval Res. Logist Quart.», 1959, **6**, № 1, 1—16 (англ.)

Постановка задачи, ее предварительное обсуждение и некоторые результаты даны в статье Смита (РЖМат, 1958, 4010). Наиболее эффективное размещение военно-морского электронного оборудования сводится к решению известной задачи о назначениях. Главная трудность заключается в нахождении коэффициентов этой задачи, т. е. в количественной оценке полезности различных электронных приборов. В работе подробно обсуждаются применения к конкретным задачам идей и методов, из-

ложенных ранее Судзуки (РЖМат, 1958, 4985) и авторами (РЖМат, 1960, 4350). Делается, в частности, вывод о возможности построения количественных характеристик на основе качественных решений военно-морской администрации. А. А. Корбут

5 В101. Одна теорема исследования операций. Grabiel Federico. A theorem in systems and operational analysis. «Boll. Centro ricerca operat. Ser. metodol.», 1959, **3**, № 1, 18—23 (англ.)

Изучается зависимость числа решений модели от точности информации относительно компонент исследуемой системы и соотношений между ними. А. А. Корбут

5 В102. Маргинальный анализ потерянных заказов. Karush William. Marginal analysis of lost sales. «Conf. 6 Congr. internat. «Inst. Manag. Sci.», Paris, 1959, Londres—Paris—New York—Los Angeles», s. a., 1/64—16/64 (англ.)

На складе первоначально имеется m единиц продукта. Прибытие потребителей, каждому из которых нужна 1 единица, происходит по закону Пуассона. Когда на складе пусто и потребителей уже ждут, вновь прибывший получает отказ. Немедленно после выдачи единицы продукта потребителю посылается заказ на пополнение склада таким же количеством. Время выполнения заказа случайно и имеет плотность распределения $\varkappa e^{-\varkappa t}$. Пусть $L_r(m)$ есть доля отказов при $t\to\infty$. Показано, что $L_r(m)$ является выпуклой функцией как m, так и r. Для случаев, когда отказ происходит с вероятностью ε_i при наличии очереди длины i ($i=0,1,\ldots,r$), и время выполнения заказа имеет произвольное распределение, строгие доказательства пока не получены.

С. С. Кислицын

5 В103. Вероятностный подход к экономике, эксплуатации. Senju Shizuo. A probabilistic approach to economic maintenance. «Repts Statist. Applic. Res., Union Japan. Scientists and Engrs», 1959, **6**, № 2, 58—62 (англ.)

Статья касается важной задачи экономического планирования эксплуатации машин в случае постепенного накопления потерь. Предложены два метода эксплуатации. Для случая линейной функции потерь приведен пример. Л. Н. Куцев

5 В104. Об уровне восполнения запасов в теории управления запасами. Gaver D. P., Jr. On base-stock level inventory control. «Operat. Res.», 1959, **7**, № 6, 689—703 (англ.)

Строятся математические модели управления запасами в следующей ситуации. Размеры спроса на запасы за ряд дискретных промежутков времени представляют собой независимые случайные величины. Штрафа за неудовлетворенный спрос нет. Требуется найти оптимальную политику заказов для восполнения запасов, если удовлетворение этих заказов происходит с запаздыванием на один период. При этом изучается политика заказывания до определенного постоянного уровня B, и задачей является нахождение B, минимизирующего математическое ожидание издержек всего процесса. Как и в статье Морса (РЖМат, 1961, 4В139), наличные запасы в начале каждого периода образуют цепь Маркова. Исследовано два примера (терпеливые и нетерпеливые клиенты). А. А. Корбут

5 В105. Использование экономичных границ для размера партий при выпуске продукции по плану. Solomon Morris J. The use of an economic lot range in scheduling production. «Manag. Sci.», 1959, **5**, № 4, 434—442 (англ.)

Суммарный убыток выражается формулой

$$T = YC + YS/Q + QCI/2 + SI/2,$$

где Y — годовая потребность в продукции, C — стоимость единицы продукции, Q — размер партий, S — стоимость заказа партии; I — годичная стоимость хранения. Для Q находятся границы так, чтобы убыток был заключен в пределах $T_{\min}(1\pm\lambda)$. С. С. Кислицын

5 В106. Оптимальные правила управления запасами для больших систем снабжения. Davis R. H. Optimal inventory control decision rules for a large supply system. «Operat. Res.», 1959, **7**, № 6, 764—782 (англ.)

В предположениях, обычных для теории управления запасами (случайный спрос, пропорциональные издержки хранения и т. д.; см. по этому поводу РЖМат, 1960, 2054, 2055), рассматривается случай наличия на складе нескольких видов товаров. Однако фактически дело сводится к одномерной задаче ввиду отсутствия взаимосвязи между указанными товарами. С. С. Кислицын

5 В107. Об оптимальном запасном фонде. Black Guy, Proschan Frank. On optimal redundancy. «Operat. Res.», 1959, **7**, № 5, 581—588 (англ.)

Делается предварительный запас деталей k типов для обеспечения функционирования некоторой системы в течение определенного срока. В системе имеется d_{ij} компонент типа i с длительностью работы в течение срока t_j ($i=1,2,\ldots,k$; $j=1,2,\ldots,m$). Плотность распределения длительности срока службы детали типа i равна $\varkappa_i \exp(-\varkappa_i t)$. В наличии имеется сумма денег C. Стоимость детали типа i равна C_i. Определяются величины закупок деталей каждого из k типов, максимизирующие вероятность того, что запаса хватит до окончания срока. Сообщается, что скоро будут опубликованы аналогичные результаты для плотностей распределения более общего вида. С. С. Кислицын

5 В108. Определение экономичного размера партии в планировании для нескольких видов продуктов. Eilon Samuel. Economic batch-size determination for multiproduct scheduling. «Operat. Res. Quart.», 1959, **10**, № 4, 217—227 (англ.)

После краткого обзора известных результатов по определению экономичного размера партии в задаче об управлении запасами одного вида продукта при постоянном спросе автор переходит к решению аналогичной задачи для случая нескольких видов продуктов. Спрос предполагается постоянным, причем скорость потребления для продукта i равна a_i ($i=1,2,\ldots,n$). Определяются размеры заказов Q_i, максимизирующие скорость оборота:

$$R = \sum Q_i (Y_i' - Y_i)/T \sum Q_i Y_i,$$

где $T = Q_1/a_1 = Q_2/a_2 = \ldots = Q_n/a_n$ — длина цикла; $Y_i = C_i + S_i/Q_i + K_i/Q_i$ — себестоимость единицы продукта, включая стоимость хранения, Y_i' — продажная цена. Делается упрощающее предположение: $Q_i = \alpha_i Q_1$. Задача сводится к решению уравнения 4-й степени, аналогичного тому, которое получается в одномерном случае. С. С. Кислицын

5 В109. Теория распределения запаса по складам. Simpson Kenneth F., Jr. A theory of allocation of stocks to warehouses. «Operat. Res.», 1959, **7**, № 6, 797—805 (англ.)

Имеется n складов с известными функциями распределения спроса. На определенный срок для этих складов выделено количество товара Q. Требуется оптимальным образом распределить это количество по складам. В первом случае оптимальным считается распределение, обращающее в минимум м. о. расходов по досрочному пополнению складов. Пополнение i-го склада производится при падении запаса на нем ниже уровня a_i и обходится в p_i. Пополнение настолько эффективно, что вторичного досрочного опорожнения не происходит. Во втором случае минимизируется м. о. штрафов за невыполненные заказы. Штрафы пропорциональны размерам потерянных заказов. Для обоих случаев найдены необходимые условия оптимальности, а при определенных дополнительных предположениях относительно плотно-

стей распределения — также достаточные условия и явный вид оптимальных $Q_t\left(\sum_{i=1}^{n} Q_i = Q\right)$.

С. С. Кислицын

5В110. Изнашивание и экономичный размер партий. Grassi R. C., Gradwohl A. J. Obsolescence and economic lot size. «J. Industr. Engng», 1959, **10**, № 5, 352—354 (англ.)

Изделия поставляются на склад партиями размера Q и стоимостью $D+S/Q$, а расходуются непрерывно. Уровень запаса не должен падать ниже величины B. Находится оптимальный размер партии в предположении, что длительность срока годности изделия распределена по экспоненциальному закону. Стоимость хранения пропорциональна числу изделий на складе. С. С. Кислицын

5В111. Управление запасами для замены изношенных деталей. Beckmann Martin J. An inventory policy for repair parts. «Naval Res. Logist. Quart.», 1959, **6**, № 3, 209—220 (англ.)

Находится оптимальная (S, s)-тактика (РЖМат, 1960, 2054, 2055) для следующей модели управления запасами: Поступление требований, каждое размером в 1, пуассоновское; стоимость хранения на складе пропорциональна числу изделий, а штраф за невыполнение требований — превышению спроса над запасом. Заказ новой партии, размер которой можно установить при ее получении, стоит k. Время выполнения заказа случайно. На будущие расходы делается экспоненциальная скидка. Еще имеются такие упрощающие предположения: а) в начале имеется оптимальный запас S; б) оптимальная политика не зависит от начального состояния системы.

С. С. Кислицын

5В112 К. Элементарное математическое программирование. Metzger R. W. Elementary mathematical programming. New York, Wiley, 1958, 246 p. (англ.)

Книга посвящена вопросам практических применений методов линейного программирования. Содержащийся в ней материал не представляется новым, ибо методы линейного программирования подробно описаны ранее. Таким образом, оригинальных сведений книга не содержит. Она рассчитана на читателей, не знакомых с математикой и не заинтересованных в ознакомлении с математическими подробностями, но зато серьезно интересующихся применением методов оптимизации в промышленной, хозяйственной и административной деятельности. Математическое обоснование методов линейного программирования в книге полностью опущено, зато весьма подробно и обстоятельно, на большом числе примеров, описываются и демонстрируются различные алгоритмы линейного программирования. Даются также краткие сводки правил для практического решения задач. Много внимания уделено вопросам постановки задач и перехода от словесных формулировок к математической записи задачи. В книге показаны методы решения числовых примеров (начиная с постановки проблемы) для следующих типов задач: 1) распределение работ по станкам или рабочим; 2) транспортная задача (распределение постановок от большого числа поставщиков большому числу потребителей, в том числе и при наличии перевалочных пунктов); 3) выбор исходных материалов для составления смесей заданного состава; 4) наивыгоднейший раскрой материала; 5) планирование производства (сверхурочные работы и хранение запасов для обеспечения заданного спроса по времени). Кратко обсуждаются условия экономичности применения быстродействующих машин для решения задач.

«По реценции И. А. Полетаева в бюллетене «Новые книги за рубежом», серА, 1960, № 2».

5В113 К. Линейное программирование. Savino Lorenzo. La programmazione lineare. Milano, Univ. commerc. L. Bocconi, 1958, LXXV, 145 p., ill. «Bibliogr. naz. ital.», 1958, **73**, № 9, 356 (итал.)

5В114 К. Централизация и децентрализация в экономических системах. Marschak Thomas. Centralization and decentralization in economic organizations. «Technical report no. 42, prepared under contract N6onr—25133 for Office of Naval Research». Department of economics, Stanford University, Stanford, Calif., 1957, 252 pp. (англ.)

Автор предпринимает попытку формализовать понятия централизации и децентрализации в экономических системах, которые могут быть как национальными экономиками, так и отдельными фирмами. Даются скрупулезные определения различным элементам системы принятия решений: переменным решения, связям между участниками, правилам, которым подчинены вычисления, производимые каждым участником, и которые приводят к последовательному ряду переменных решения и сообщений. Децентрализация и централизация определяются с помощью правил передачи информации от одного участника к другому и по ролям различных участников в выборе переменных решения. Обсуждаются критерии выбора систем принятия решений. Эти критерии зависят от скорости, с которой достигается оптимальный режим, измеряемой потерями от принятия решений, прежде чем этот режим установится. Рассматриваются также ограничения вычислительных способностей участников и числа каналов, требующихся для передачи сообщений. Поскольку система должна быть подготовлена к большому числу различных совокупностей внешних условий, выбор должен базироваться на каком-либо критерии выбора в условиях неизвестности, например, байесовском или минимаксном. Исследуются различные возможности и указывается на трудности нахождения подходящего простого критерия. Общие концепции прилагаются к двум (искусственно конструируемым) системам. Для каждой из них рассматривается ряд возможных систем принятия решений и находятся их оперативные характеристики. В обоих случаях было обнаружено, что смешанные системы, отличные как от полностью централизованной, так и от полностью децентрализованной, часто оказывались предпочтительнее в смысле экономии в расчетах и облегчения связи, а также увеличения скорости распространения. K. J. Arrow

Перевод из Math. Revs, 1958, **19**, № 2, 231.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕТИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Редактор *Р. Л. Добрушин*

5В115. Новый потенциал для необратимых процессов. Bergmann Peter G., Morris Eric. New potential for irreversible processes. «Ann. Phys. (USA)», 1959, 8, № 2, 266—270 (англ.)

Пусть $\mu(x, t)$ — функция распределения в фазовом пространстве Γ для системы с переменными $x=(q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n)$ и функцией Гамильтона $H(x)$. Пусть система испытывает внешние случайные воздействия, и $K(x, \tilde{x})\,dx dt$ есть вероятность того, что под влиянием этих воздействий система перейдет за время dt из $\tilde{x}$ в окрестность dx точки x. Тогда $\mu(x, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{D\mu(x,t)}{Dt} \equiv \frac{\partial \mu(x,t)}{\partial t} + \{\mu(x,t),\ H(x)\} = \int_\Gamma \left[k(x,\tilde{x})\,\mu(\tilde{x},t) - k(\tilde{x},x)\,\mu(x,t)\right] d\tilde{x}, \qquad (1)$$

где $\{\mu, H\}$ — скобки Пуассона; $k(x, \tilde{x}) \geqslant 0$, $\mu(x, t) \geqslant 0$, $\int_\Gamma \mu(x, t)\,dx = 1$. Вводится функционал от двух распределений $\mu_1(x, t)$ и $\mu_2(x, t)$, равный

$$W_M = \int_\Gamma \mu_2(x,t)\, M\left[\frac{\mu_1(x,t)}{\mu_2(x,t)}\right] dx, \qquad (2)$$

где функция $M(\varphi)$ удовлетворяет условиям

$$M(1) = 0;\ M'(1) = \frac{dM(\varphi)}{d\varphi}\Big|_{\varphi=1} = 0;$$

$$\frac{d^2M(\varphi)}{d\varphi^2} > 0, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant \infty, \qquad (3)$$

и показано, что если $\mu_1(x,t)$ и $\mu_2(x,t)$ удовлетворяют уравнению (1), то $W_M(t) \geqslant 0$ (причем равенство достигается только при $\mu_1(x,t) \equiv \mu_2(x,t)$) и $dW_M(t)/dt < 0$. Авторы указывают, что частный случай функционала (2), когда $M(\varphi) = \varphi \ln \varphi - \varphi + 1$, был использован в работе Лебовица и Бергмана (Lebowitz J. L., Bergmann P. G., Ann. Phys., 1957, 1, 1) для доказательства приближения при $t \to \infty$ решения уравнения (1) к стационарному. В качестве меры отклонения распределения $\mu(x,t)$, удовлетворяющего (1), от стационарного распределения предлагается использовать функционал

$$F[\mu(t,x)] \equiv \int_\Gamma \mu(x,t)\left(\frac{\partial \ln \mu(t,x)}{\partial t}\right)^2 dx =$$

$$= \frac{2}{M''(1)} \lim_{\tau\to 0}\left\{\tau^{-2}\int_\Gamma \mu(x,t)\, M\left[\frac{\mu(x,t+\tau)}{\mu(x,t)}\right] dx\right\},$$

где функция M удовлетворяет условиям (3).

Э. М. Хазен

5 В116. О принципе наименьшей диссипации. Wergeland H. On the principle of least dissipations. «Proc. Internat. Sympos. Transp. Processes Statist. Mech. Brussels, 1956. New York — London, Interscience», 1958, 324—326. Discuss., 346—349 (англ.)

Онзагером предложен для описания механических систем принцип максимума (относительно вариаций скоростей изменения характеристик состояния) разности между скоростью изменения энтропии и диссипацией. Обсуждается вопрос о том, может ли принцип минимальной диссипации определить закон распределения молекул. В качестве примера рассматривается теплопередача в пластинке с фиксированной температурой на границах. Введя силы $X_i = F_i - T\Delta(\mu_i/T)$ и задав линейные соотношения между потоками J и силами X в виде $J_i = \sum_k (L_{ik}/T) X_k$, диссипацию можно записать в виде

$$2\Phi = \int \sum_i \frac{X_i J_i}{T}\, dV = \int \sum_{ik} L_{ik}\left(\frac{F_i}{T_u} - \nabla\frac{\mu_i}{T}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{F_k}{T} - \nabla\frac{\mu_k}{T}\right) dV,$$

так что вариационные производные от диссипации по потенциалам имеют вид

$$\frac{\delta\Phi}{\delta(\mu/T)} = \operatorname{div} J_i; \quad \frac{\delta\Phi}{\delta(1/T)} = -\operatorname{div} J_n + F_i - J_i,$$

откуда видно, что при фиксированном локальном состоянии на границах диссипация в стационарном состоянии минимальна. Вследствие произвольности линейных феноменологических уравнений нет каких-либо теоретических оснований налагать на законы распределения молекул условие минимума диссипации. Однако, кроме принципа максимума энтропии в состоянии равновесия, можно предложить другой вариационный принцип для некоторого функционала от распределения. Обсуждается, в частности, идея требовать локального максимума энтропии при заданном потоке тепла и затем приспосабливать пространственную зависимость распределения к условию минимума диссипации. Отмечаются возникающие при этом трудности; в частности, неясно, будет ли определяемое указанными условиями распределение хотя бы приближенно удовлетворять уравнению Больцмана.

А. С. Монин

5 В117. О флуктуациях в видимом распределении звезд. Амбарцумян В. А. «Тр. Всес. совещания по теории вероятностей и матем. статистике, 1958». Ереван, АН АрмССР, 1960, 139—142

Кратко сформулировано несколько статистических проблем о расположении звезд и туманностей.

Р. Л. Добрушин

5 В118. О произвольном задании граничных условий при гидротермодинамическом прогнозе погоды. Сарымсаков Т. А. «УзССР Фанлар Акад. докладлари, Докл. АН УзССР», 1959, № 8, 3—6 (рез. узб.)

Введя (довольно смелое) предположение о том, что в фиксированный момент времени параметры погоды в некоторой последовательности точек образуют цепь Маркова, автор оценивает, используя эргодическую теорию, влияние на эти параметры граничных условий.

Р. Л. Добрушин

5 В119. О некоторых задачах теории массового обслуживания. Гнеденко Б. В. «Тр. Всес. совещания по теории вероятностей и матем. статистике, 1958». Ереван, АН АрмССР, 1960, 15—24

Обзор. Главное внимание уделено постановкам задач, возникающих в технических приложениях.

Р. Л. Добрушин

5 В120. Замечание об одной теореме Хинчина из теории случайных потоков. Лукашевич Ю. «Colloq. math.», 1960, 7, № 2, 285—287

Доказывается следующая лемма:

Лемма 1. Для любого потока Пальма и любого $r = 1, 2, \ldots$

$$\lim_{u\to a_r+0} \frac{\psi_{r+1}(u)}{\psi_r(u)} = 0,$$

где $a_r = \sup\{u : \psi_r(u) = 0\}$, а $\psi_r(u)$ — вероятность того, что в промежутке времени длины u будет не менее r вызовов. Лемма уточняет некоторые рассуждения Хинчина (РЖМат, 1957, 5032).

П. А. Строганов

5В121. Одна задача теории очередей. Kawata Tatsuo. A problem in the theory of queues. «Repts Statist. Applic. Res. Union Japan Scientists and Engrs», 1955, 3, № 4, 122—129 (англ.)

Рассматривается однолинейная система с очередью, на которую поступает простейший поток требований с параметром λ. Время обслуживания следует показательному закону распределения со средним b. Требование, поступившее в момент, когда длина очереди равна k, либо становится в очередь с вероятностью p_k, либо покидает очередь с вероятностью $q_k = 1 - p_k$. Обычным способом вводится система дифференциально-разностных уравнений для вероятностей состояний системы. Методом вложенных цепей Маркова (РЖМат, 1956, 3218) доказывается, что необходимым и достаточным условием эргодичности процесса является условие $\sum_k p_1 p_2 \ldots p_k \rho^k < \infty$, где $\rho = \lambda b$.

И. Н. Коваленко

5 В122. Обслуживание с оставлением очереди. Haight F. A. Queueing with reneging. «Metrika», 1959, 2, № 3, 186—197 (англ., рез. нем.)

Рассматривается однолинейная система с очередью, простейшим входящим потоком и показательно распределенным временем обслуживания. Каждое требование может ожидать обслуживания ограниченное время, общее для всех требований. Поступающие требования становятся в очередь или уходят в зависимости от длины очереди. В процессе ожидания требования также могут уходить из очереди. Изучаются стратегии поведения требования в очереди, в которых требование принимает решение оставить очередь или остаться в ней по наблюдению выходящего потока (среднее время обслуживания предполагается неизвестным для требований).

Выводятся формулы для финальных вероятностей состояний системы в дополнительном предположении, что вероятность ухода из очереди требования за время dt зависит лишь от длины очереди. И. Н. Коваленко

5 В123. Модель очереди с прибытиями пульсирующего типа. Heyne Jay B., Brotman Lewis. On pulse-type arrivals to a queue. «Operat. Res.», 1960, 8, № 3, 407—418 (англ.)

Рассматривается модель очереди: N единиц одновременно прибывают к ремонтному пункту. n_0 из N единиц требуют ремонта. Предполагается, что имеется k обслуживающих каналов, в каждом из которых время обслуживания имеет экспоненциальное распределение со средним μ. Пусть $n(t)$—среднее число единиц, ожидающих или находящихся в ремонте в момент t, т. е.

$$n(t) = \sum_{r=0}^{r=n_0} rP_r(t),$$

где $P_r(t)$—вероятность того, что r единиц ожидает или находится в ремонте в момент t. Вероятности $P_r(t)$ удовлетворяют соответствующей системе дифференциальных уравнений, в частности для $k = 1$

$$P_0(t) = 1 - \sum_{r=1}^{r=n_0} e^{-\mu t}(\mu t)^{n_0-r}/(n_0-r)!,$$

$$P_n(t) = \left[(\mu t)^{n_0-n}/(n_0-n)!\right] e^{-\mu t}, \quad n_0 \geqslant n \geqslant 1.$$

Даны таблицы значений $\bar{n}$ как функции от $\mu t = 0(01)10$, $n_0 = 4, 8, 12, 16, 20$; $k = 1(1)5$. В. И. Бабкин

5 В124. Нестационарная задача для очереди с прерывающим приоритетом. Heathcote C. R. The time-dependent problem foraqueue with preemptive priorities. «Operat. Res.», 1959, 7, № 5, 670—680 (англ.)

На однолинейную систему обслуживания поступают пуассоновские потоки приоритетных и неприоритетных требований с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Обслуживание происходит по показательному закону с параметрами μ_1 и μ_2 соответственно для требований приоритетного и неприоритетного класса. Внутри каждого класса требования обслуживаются в порядке очереди; обслуживание неприоритетного требования прерывается при поступлении приоритетного требования. Пусть $P_{nm}(t)$—вероятность присутствия в системе в момент t n приоритетных и m неприоритетных требований, при условии, что при $t = 0$ было h неприоритетных и 0 приоритетных требований;

$$g_{nm}(s) = \int_0^\infty e^{-st}P_{nm}(t)\,dt; \quad F(z, x, s) = \sum_{n,m} g_{nm}(s)z^n x^m.$$

Выведена формула

$$F(z, x, s) = \frac{g_{00}(s)\mu_2(1-x) - x^{h+1}}{[1-zv_1(x, s)]\,[\mu_2 - x(\mu_1 v_2(x, s) + \mu_2 - \mu_1)]}, \quad (1)$$

где

$$v_i(x, s) = (2\mu_1)^{-1}[s + \mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_2 x +$$

$$+ (-1)^i \sqrt{(s + \mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_2 x)^2 - 4\lambda_1\mu_1}].$$

Из формулы (1) получается известная формула для производящей функции $\sum_{n,m} P_{nm} z^n x^m$ в стационарном случае. При $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, используя аналитические свойства функции $F(z, x, s)$, автор получает формулу

$$F(z, x, s) = \frac{\xi^{h+1}(1-x)(1-\xi)^{-1} - x^{h+1}}{\mu[1-zv_1(x,s)]\,[1-xv_2(x,s)]},$$

где $\xi = \xi(s)$—корень уравнения $x^2(\lambda_1+\lambda_2) - x(s+\mu+\lambda_1+\lambda_2) + \mu = 0$, меньший 1. $P_{00}(t)$, а также $\varphi(z, x, t) = \sum P_{nm}(t)z^n x^m$, выражаются через бесселевы функции. Далее изучается преобразование Лапласа периода занятости для неприоритетной очереди. В заключение отмечается возможность обобщения на произвольное число классов приоритета. И. Н. Коваленко

5 В125. Об одной задаче двухстадийного обслуживания и распределении выходящего потока. Homma Tsuruchiyo. A certain queuing problem of two service stages and the efflux distribution. «J. Operat. Res. Soc. Japan», 1957, 1, № 1, 25—36 (англ.)

В первой части статьи изучается система обслуживания, в которую поступает поток требований с ограниченным последействием. Каждое требование проходит через две стадии обслуживания с произвольными законами распределения времени обслуживания. Первую стадию обслуживания выполняет бесконечный полнодоступный пучок приборов, вторую — один прибор; последний обслуживает требования в порядке их поступления на первый прибор. Пусть w_r обозначает время ожидания (на втором приборе) r-го требования. В точности следуя Линдли (Lindley C. V., Proc. Cambridge Phil., 1952, 48, № 2), автор доказывает, что при загрузке второго прибора $\rho < 1$ предельное распределение w_r существует и удовлетворяет уравнению Винера — Хопфа. Аналитическое решение получено в случаях, когда оба прибора обслуживают требования по показательному закону, а входящий поток либо простейший, либо детерминированный. Во второй части статьи, также в связи с многостадийным обслуживанием, изучается поток, выходящий из системы $M/M/s$. В случае системы с ожиданием доказывается, что число выходов из системы за любой промежуток времени распределено по закону Пуассона. На основании этого делается вывод о том, что выходящий поток — простейший. Для системы с потерями вычисляется преобразование Лапласа по переменной t производящей функции числа выходов из системы за время t; в этом случае выходящий поток не является простейшим. И. Н. Коваленко

5 В126. Исследование структурных параметров блока группового искания. Мелик-Гайказова Э. И., Харкевич А. Д. В сб. «Пробл. передачи информ.». Вып. 6. М., АН СССР, 1960, 57—63

5 В127. Пропускная способность схем транспонированного включения. Лившиц Б. С. В сб. «Пробл. передачи информ.». Вып. 6. М., АН СССР, 1960, 111—132

5 В128. Применение теории хранилищ к очередям с пуассоновским потоком. Prabhu N. U. Application of storage theory to queues with Poisson arrivals. «Ann. Math. Statistics», 1960, 31, № 2, 475—482 (англ.)

В проблеме очереди с 1) единственным продавцом, 2) случайным потоком покупателей и обслуживанием их в порядке прибывания, 3) временем обслуживания, имеющим произвольное распределение, исследуется время ожидания. Устанавливается, что формула Поллячека — Хинчина для преобразования Лапласа предельного распределения для времени ожидания совпадает с формулой, получающейся в теории процессов хранения с непрерывным временем. Обращение осуществляется методами, используемыми в теории хранилищ. П. А. Строганов

5 В129. Объем водохранилища как верхняя грань безграничноделимого процесса. Gani J., Pyke R. The content of a dam as the supremum of an infinitely divisible process, «J. Math. and Mech.», 1960, 9, № 4, 639—651 (англ.)

Исследуется связь между объемом водохранилища и верхней гранью некоторого безграничноделимого процесса. Устанавливается, что функции распределения верхней грани пуассоновского процесса с вычитанием среднего значения на $(0, T)$ и объема водохранилища на момент времени T с пуассоновским притоком и постоянным потреблением совпадают. Аналогичная связь позволяет изучать задачу в предположении о непрерывном времени, когда приток образует широкий класс безграничноделимых процессов. В заключение определяется функция распределения времени, в течение которого водохранилище пусто или наполнено. П. А. Строганов

5 В130. Введение в теорию информации. Jacobs Konrad. Einführung in die Informationstheorie. «Z. angew. Math. und Mech.», 1960, **40**, Sonderh., 86—94 (нем.)

Обзорный доклад математического содержания. Рассматривается теорема Шеннона в дискретном случае. Р. Л. Добрушин

5 В131. Два замечания об основных теоремах теории информации. Carleson Lennart. Two remarks on the basic theorems of information theory. «Math. scand.», 1958, **6**, № 2, 175—180 (англ.)

Дается еще одно простое доказательство утверждения о совпадении обычной и эргодической пропускной способности канала с конечной памятью по Хинчину. Показывается также возможность распространить теорему Мак-Миллана об асимптотике вероятностей длинных цепочек в стационарных процессах на процессы со счетным числом значений. Р. Л. Добрушин

5 В132. Коррекция кратных ошибок при помощи проверок на равенство. Sacks Gerald E. Multiple error correction by means of parity checks «IRE Trans Inform. Theory», 1958, **4**, № 4, 145—147 (англ.)

Рассматривается пространство B^n последовательностей вида $(x_1,\ldots,x_n)$, где $x_l=0,1$, трактуемое как метрическое пространство с расстоянием между точками, определяемыми как число их несовпадающих компонент. Кодом объема N называется подмножество $B^n:(u_1,\ldots,u_N)$ из N элементов. Код называется кодом с коррекцией e ошибок, если для любых u_i и u_j $(i\neq j)$ расстояние между u_i и u_j не меньше $2e+1$. Код называется групповым, если для некоторой матрицы $A=\left(a_{ij}\ \begin{matrix}i=1,\ldots,n\\ j=1,\ldots,r\end{matrix}\right)$ все точки кода $U_j=\left(x^1_j,\ldots,x^n_j\right)$ удовлетворяют соотношениям

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x^i_j=0,\quad j=1,\ldots,r,$$

где сложение и умножение понимается как сложение по модулю 2. Устанавливается, что для того, чтобы групповой код был кодом с коррекцией e ошибок, необходимо и достаточно, чтобы любое подмножество из $2e$ векторов $a_i=(a_{i1},a_{i2},\ldots,a_{ir})$ было линейно независимым. Находится также верхняя граница для наименьшего r, при котором существует при фиксированных n и e код с коррекцией e ошибок. Р. Л. Добрушин

5 В133. Полные декодируемые множества кодовых слов. Schützenberger M. P., Marcus R. S. Full decodable code-word sets. «IRE Trans. Inform. Theory», 1959, **5**, № 1, 12—15 (англ.)

Алфавит состоит из D символов $d_1,d_2,\ldots,d_D$. Словом s длины $|s|$ называется любая конечная последовательность символов алфавита $s=(d_{i_1}d_{i_2}\ldots d_{i_{|s|}})$. Слово $s=(d_{i_1}d_{i_2}\ldots d_{i_\alpha}d_{j_1}d_{j_2}\ldots d_{j_\beta})$ будем называть произведением слов $s_1=(d_{i_1},\ldots,d_{i_\alpha})$ и $s_2=(d_{j_1},\ldots,d_{j_\beta})$ и писать $s=s_1s_2$. Кодом назовем конечное множество $P=\{s_1,\ldots,s_k\}$ слов, называемых кодовыми словами. Код называется декодируемым, если каждое слово s представляется в виде произведения кодовых слов не более чем одним способом. Декодируемый код называется полным, если к нему нельзя добавить еще одно слово, так, чтобы расширенный код остался декодируемым. Код обладает свойством (C), если для любого слова s найдутся слова t и u и такие, что слово tsu является произведением кодовых слов. Рассматривается произвольный набор положительных вероятностей $p_1,\ldots,p_k$, где $\sum_{i=1}^{k}p_i=1$. Положим $P_s=p_{i_1}p_{i_2}\ldots p_{i_{|s|}}$. Доказывается эквивалентность следующих четырех свойств декодируемого кода: 1) код является полным; 2) код обладает свойством (C); 3) при некоторых $\{p_i\}$ верно равенство

$$\sum_{r=1}^{k}P_{s_r}=1; \tag{1}$$

4) равенство (1) верно при всех наборах $\{p_i\}$. Отмечается также, что для любого декодируемого кода и любого набора $\{p_i\}$

$$\sum_{r=1}^{k}P_{s_r}\leqslant 1. \tag{2}$$

При $p_i=1/D$ соотношения (1) и (2) известны ранее (РЖМат, 1958, 2284, 1440). Р. Л. Добрушин

5 В134. О кодировании сообщений равномерным статистическим кодом. Гармаш В. А., Игельник Б. М., Качерович Я. А. «Тр. учебн. ин-тов связи. М-во связи СССР», 1960, вып. 1, 17—24

Предлагается способ кодирования сообщений, состоящих из последовательности символов в том случае, когда один из символов a_j либо высоковероятный, либо маловероятный по сравнению с остальными. В первом случае символы объединяются в группы, имеющие вид $a_ja_j,\ldots,a_ja_ja_n$, где a_n—один из маловероятных символов. Во втором случае группы состоят из всевозможных комбинаций исходных символов a_i $(i\neq j)$ и оканчиваются символом a_j. Затем каждая группа кодируется своим бинарным кодом. Вычислены энтропия получающихся новых источников сообщений и эффективность передачи, определяемая как отношение достигнутой скорости передачи к максимально возможной, выражаемые через число исходных символов и вероятность появления символа a_j. В. П. Яковлев

5 В135. Кодированная передача сигналов линейной авторегрессии. Passau Philippe. M. Transmission codée des signaux autorégressifs linéaires. «1 Congr. internat. cybernétique. Namur, 1956. Paris, Gauthier-Villars; Namur, Assoc. internat. cybernétique», 1958, 80—89 (франц.)

Авторегрессионная последовательность задана соотношением

$$u_k+a_1u_{k-1}+\ldots+a_nu_{k-n}=v_{k-n},$$

где $|a_l|<1$, v_k независимы и имеют одинаковую известную функцию распределения $(Ev_k=0)$. Произведен подсчет дисперсии $u=\lim_{k\to\infty}u_k$, а для нормального случая также и энтропии u. Даются схемы кодирования и декодирования сигнала u при известных или оцененных коэффициентах a_k. С. С. Кислицын

5 В136. Наименьшая ошибка и наилучший способ передачи стационарных сообщений при линейном кодировании и декодировании в случае гауссовских каналов в связи. Синай Я. Г. В сб. «Пробл. передачи информации». Вып. 2, М., АН СССР, 1959, 40—48

Рассматривается канал связи такой, что если на вход его подан сигнал $\eta_1(t)$, то на выходе возникает сигнал

$$\eta'(t)=\int_{-\infty}^{\infty}L(\tau)\,\eta(t-\tau)\,d\tau+\zeta(t), \tag{1}$$

где $\zeta(t)$—гауссовский стационарный процесс, не зависящий от $\eta_1(t)$. Автор утверждает, что так описывается любой гауссовский канал связи. Однако это верно лишь в том смысле, что любой гауссовский канал может быть сколь угодно точно аппроксимирован каналами такого вида. Пусть сообщение $\xi(t)$—гауссовский стационарный процесс. Линейным кодированием называется преобразование

$$\eta_1(t)=\int_0^{\infty}\xi(t-\tau)\,k(\tau)\,d\tau, \tag{2}$$

а линейным декодированием с задержкой T преобразование

$$\xi'(t)=\int_{-T}^{\infty}\eta'(t-\tau)\,M(\tau)\,d\tau.$$

Переходя к пределу, автор задает декодирование в виде

$$\xi'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta'(t-\tau)\, M(\tau)\, d\tau.$$

Автор ищет минимум среднеквадратичной ошибки

$$M\{[\xi(t) - \xi'(t)]^2\} \qquad (3)$$

по всем парам функций $M(\tau)$, $k(\tau)$, если процессы $\xi(t)$, $\xi'(t)$ связаны условиями (1), (2), (3), в предположении, что средняя мощность сигнала на входе $M\eta^2(t) \leqslant N < \infty$, а также способ кодирования, при котором этот минимум достигается. Автор отмечает, что некоторые из его результатов были без доказательств опубликованы ранее Костесом (Proc. IRE, 1952, № 9).

Р. Л. Добрушин

5 В137. Об одной особенности выбора оптимальных условий передачи дискретной информации. Демков М. Г. «Электросвязь», 1959, № 8, 76—78

Для некоторого канала с бинарным входом вычисляется приближенно распределение на входе, при котором достигается пропускная способность. Р. Л. Добрушин

5 В138. Предельная пропускная способность физически осуществимых систем связи. Железнов Н. А. «Электросвязь», 1959, № 8, 3—13

Автор критикует, в связи с хорошо известными трудностями, общепринятую математическую модель канала связи с ограниченной полосой. Он вводит иную концепцию, основанную на использовании сигналов с ограниченным временем корреляции, и находит при ее помощи выражения для пропускной способности канала. Построения автора недостаточно ясны с математической точки зрения. Р. Л. Добрушин

5 В139. Кодирование и теория информации. Elias Peter. Coding and information theory. «Revs Mod. Phys.», 1959, **31**, № 1, 221—226 (англ.)

Элементарное введение в шенноновскую теорию оптимального кодирования информации. Кратко и неоптимистически рассматриваются биологические приложения. Обсуждается неоднозначность термина «теория информация». Р. Л. Добрушин

5 В140. Информация и интерпретация. Soest J. L. van. Information and interpretation. «Synthese», 1959, **11**, № 2, 104—111 (англ.)

Излагаются не очень конкретные соображения о применении идей теории информации к исследованию интерпретации слушателем речи говорящего.

Р. Л. Добрушин

5 В141. Язык, информация и коды. Marcus S. Limbă, informaţie şi coduri. «Gaz. mat. şi fiz.», 1960, **B11**, № 7, 388—398 (рум.)

Элементарный обзор. Приводятся частоты букв румынского языка. Р. Л. Добрушин

5 В142. Эффективная скорость выборок для обнаружения сигнала или может ли быть спасена гауссовская модель? Good I. J. Effective sampling rates for signal detection or can the Gaussian model be salvaged? «Inform. and Control.», 1960, **3**, № 2, 116—140 (англ.)

Автор замечает, что описание сигнала и шума как гауссовских процессов со спектральной плотностью, не содержащей частот вне некоторого конечного интервала, приводит к существенным трудностям. Так, при неограниченном возрастании числа выборок для суммы сигнала и шума, взятых на конечном интервале времени, количество информации о сигнале, содержащееся в сумме, а также величина «веса очевидности», равная математическому ожиданию логарифма отношения правдоподобия, также неограниченно возрастают, что противоречит физическим представлениям. Для того чтобы сделать свободной от этих недостатков обычно используемую гауссовскую модель сигнала и шума, предлагается ограничить снизу расстояние между выборками некоторой величиной ε, зависящей, в частности, от аппаратуры, с помощью которой производится анализ принятого сигнала. Величина ε может быть как меньшей, так и большей найквистовской скорости выборок. Вычисляется «вес очевидности» в предположении конечности ε. Указывается на возможность исследования с этой точки зрения сигналов со спектральной плотностью, содержащей все частоты. Подробно рассмотрен случай, когда доступна наблюдению лишь величина η, равная сумме квадратов значений принятого сигнала в моменты выборок. В этом случае при $\varepsilon \to 0$ величина «веса очевидности» стремится к конечному пределу. В. П. Яковлев

5 В143. О кросскорреляции между двумя шумовыми каналами. Brown John J., Jr. On the cross correlation between two noisy channels. «IRE Trans. Inform. Theory», 1960, **6**, № 1, 54 (англ.)

Пусть функция $\tilde{v}(t)$ получается из функции $\tilde{u}(t)$ следующим образом:

$$\tilde{v}(t) = \int_0^{\infty} K[\tilde{u}(t-\tau), \tau]\, d\tau, \qquad (1)$$

где $K(x, y)$ — действительная функция, однородная по первому аргументу, т. е.

$$K(\lambda x, y) = \lambda^{\nu} K(x, y)$$

при $\lambda > 0$ и некотором ν. Пусть далее $v_i(t)$ $(i = 1, 2)$ — случайные процессы, получаемые по формуле (1), когда в правую часть (1) вместо $\tilde{u}(t)$ подставляются процессы $u_i(t)$: $u_i(t) = N_0(t) + N_i(t)$, $i = 1, 2$, где $N_0(t)$, $N_1(t)$, $N_2(t)$ — стационарные и стационарно связанные гауссовские процессы с нулевым средним значением. Задача состоит в нахождении функции

$$\psi_{12}(\tau) = Mv_1(t) \cdot v_2(t+\tau).$$

Устройства вида (1) часто встречаются в радиотехнике. Например, в таком виде можно представить квадратичный детектор с последующим линейным фильтром. Полагая $K(x, y) = \delta(y) K(x)$, можно получить любую однородную нелинейную функцию от процесса. Результат, полученный автором, заключается в следующем. Пусть $v(t)$ получается из гауссовского стационарного процесса с нулевым средним значением $u(t)$ по формуле (1). Если ввести обозначение $\Phi_\rho(\sigma\tau) = Mv(t) \cdot v(t+\tau)$, где $\sigma^2 = Mu^2(t)$, а $\Phi_\rho(\sigma, \tau)$ является функцией от σ, τ и функционалом от $\rho(\tau) = Mu(t) \cdot u(t+\tau)/\sigma^2$, то

$$\Psi_{12}(\tau) = (\alpha\beta)^{\nu/2} \cdot \Phi_h(1, \tau),$$

где

$$\alpha = Mu_1^2(t), \quad \beta = Mu_2^2(t), \quad h(\tau) = \frac{Mu_1(t)\, u_2(t+\tau)}{\sqrt{\alpha\beta}}.$$

Примечание референта. Автор замечает, что его результат можно обобщить на тот случай, когда $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в (2) являются суммами не двух, а нескольких процессов типа $N_0(t)$, $N_1(t)$ и т. д. Это замечание, а также то, что $u_1(t)$ и $u_2(t)$ выбраны автором в виде (2), являются непонятными, так как из того, что в качестве $N_0(t)$, $N_1(t)$, $N_2(t)$ можно брать произвольные стационарные и стационарно связанные процессы, следует, что $u_1(t)$ и $u_2(t)$ могут быть произвольными стационарными и стационарно связанными процессами. В. Ф. Писаренко

5 В144. Перекрёстные искажения при совместной передаче телевизионных и телефонных сообщений. Левин Б. Р., Максимов Ю. П., Меркадер Л. П. «Электросвязь», 1960, № 4, 49—61

Предполагается, что телевизионный сигнал представим в виде суммы случайной функции (t), задающей сигнал изображения, и детерминированной функции $s(t)$, задающей импульсы синхронизации. Получена корреляционная функция перекрестных искажений, возникающих из-за нелинейности динамических характеристик видеотрактов, в предположении, что сигнал на выходе видеотракта

$$U_{вых} = a_1 U_{вх} + a_2 U_{вх}^2 + a_3 U_{вх}^3,$$

где $U_{вх}$ — сигнал на входе видеотракта.

Приводятся энергетические спектры при передаче сигналов изображения и многоканальной телефонии, сигналов многоканальной телефонии совместно с импульсами синхронизации. Все полученные результаты богато иллюстрированы графиками. Е. М. Сухарев

5 В145. Осциллоскопический способ определения корреляционной функции случайного стационарного процесса. Горенцвит Г. Э., Поныркo С. А., Изв. Ленингр. электротехн. ин-та, 1959, **39**, 307—312

Предлагается простой способ экспериментального определения корреляционной функции гауссовского стационарного процесса $x(t)$. На вертикальные отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение, пропорциональное $x(t)$, а на горизонтальные — пропорциональное $x(t-\tau)$. В результате усредняющего действия глаза на экране удается наблюдать картину с очерченной границей, представляющей собой эллипс равной вероятности. Измеряя отношение полуосей этого эллипса при различных значениях τ, можно вычислить из соотношения $\rho(\tau) = (1-(a/b)^2)/(1+(a/b)^2)$, где a и b — соответственно малая и большая полуоси, значения функции корреляции $\rho(\tau)$. Общая точность указанного метода при исследовании близких к гауссовским процессов составляет около 15%. В качестве примера использования метода приводится полученный экспериментально график функции корреляции для конкретного случайного процесса. В. П. Яковлев

5 В146. О рядах прямоугольных волновых функций и понятия знаковой корреляции. Armstrong H. L. On series of rectangular wave functions and the concepts of sign correlation. «IRE Trans. Instrum., 1959, **8**, № 1, 36 (англ.)

Предлагается вместо разложения в ряд Фурье проводить разложение по системе ортогональных функций $S(n, x)$, где

$$S(x) = \begin{cases} -1 \text{ при } -1/2 < x < 0 \\ 1 \text{ при } 0 \leqslant x < 1/2 \end{cases} \quad \text{и } S(x+m) = S(x)$$

для целых m, так как вычисление коэффициентов ряда требует в этом случае более простых технических устройств. По аналогичным причинам предлагается вместо корреляции

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(x) f(x-\tau)\, d\tau$$

рассматривать знаковую корреляцию

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(x) \operatorname{sgn} f(x-\tau)\, d\tau.$$

Р. Л. Добрушин

5 В147. Некоторые задачи проверки гипотез и оценивания в теории информации. Hanen Albert. Quelques problèmes de tests d'hypothèse et d'estimation en théorie des communications. «C. r. Acad. sci.», 1960, **250**, № 24, 3940—3942 (франц.)

В канале имеется гауссовский шум $U(t, \omega)$ с непрерывной корреляционной функцией и нулевым математическим ожиданием. Наблюдаются значения функции $x(t)$ на выходе в течение времени $[0,T]$. Решены задачи:

1. Найти критерий для различения гипотез $H_0: x(t) = U(t, \omega)$ и $H_1: x(t) = U(t, \omega) + \rho(t)$, где $\rho \in L^2$.

2. Указать условия, когда существует равномерно наиболее мощный критерий для H_0 относительно множества гипотез $H_\tau: x(t) = U(t, \omega) + \rho(t, \tau)$.

3. Пусть $x(t) = U(t, \omega) + \rho(t-\tau)$. Оценить τ, если шум стационарный. С. С. Кислицын

5 В148. Вопросы потенциальной помехоустойчивости при замираниях сигнала. Ловский Д. Д. «Радиотехника», 1960, **15**, № 5, 17—25

Из определения «идеального» приемника по Котельникову в предположении, что плотность вероятности огибающей приходящего к приемнику сигнала подчиняется обобщенному релеевскому закону, получены оптимальные критерии для когерентного и некогерентного приема при флуктуирующей помехе и быстрых гладких замираниях. Для некоторого класса систем вычислена вероятность ошибок. Е. М. Сухарев

5 В149. Оптимальные свойства в статистической теории приема. Lass Harry, Stewart Robert M. Optimal properties in the statistical theory of reception. «IRE Trans. Inform. Theory», 1959, **5**, № 3, 138—139 (англ.)

Выводятся некоторые простые свойства оценок максимального правдоподобия. В. Ф. Писаренко

5 В150. Поправка к статье «К обнаружению случайных сигналов в аддитивном нормальном шуме. Часть I». Middleton David. Correction to «On the detection of stochastic signals in additive normal noise. Part I». «IRE Trans. Inform. Theory», 1960, **6**, № 3, 412 (англ.)

Автор указывает на неточности в своей статье (РЖМат, 1958, 8105). В. Ф. Писаренко

5 В151. Статистические свойства одного дифференциального уравнения, относящегося к электрическим центрам. Prachar K. Zur statistischen Behandlung der Differentialgleichung eines Stromkreises. «Anz. Österr. Akad. Wiss. Math.-naturwiss. Kl.», 1959, **96**, № 1-15, 1—4 (нем.)

Исследуются статистические свойства решения уравнения

$$\frac{dy}{dt} + (\beta + kB(t))\, Y = x(t),$$

где $x(t)$ и $B(t)$ — случайные процессы. Р. Л. Добрушин

5 В152. Статистический управляющий алгоритм. Adam A. Statistische Lenkungsalgorithmen. «Unternehmensforschung», 1959, **3**, № 4, 172—175 (нем., рез. англ.)

Обсуждается вопрос о применении вероятностных функций распределения для контроля и предсказания состояния системы. К. П. Латышев

5 В153. Исследование нагрузки самолета и температур при помощи моделирования и случайных процессов. Martin J. E., Richards M. L., Kitts W. W., Hoy W. W. Aircraft load and temperature design criteria through simulation and random processes. «IAS Paper», 1959, № 86, 34 pp., ill. (англ.)

Рассматриваются вопросы о случайных воздействиях, под которыми находятся отдельные узлы и детали самолета в зависимости от параметров, рассматриваемых как случайные гауссовы процессы. А. Г. Корман

5 В154. Статистическая модель для интерпретации нейроэлектрических реакций. Goldstein Moise H., Jr. A statistical model interpreting neuroelectric responses. «Inform. and Control», 1960, **3**, № 1, 1—17 (англ.)

Предлагается статистическое описание нейроэлектрических реакций при воздействиях значительными по величине электродами. Автор предполагает, что результат измерения обусловливается независимым взаимодействием большого числа нервных элементов и поэтому должен быть изучен статистическими методами. Вводя естественные постулаты, он приходит к выводу, что моменты возбуждения элементов образуют неоднородный пуассоновский процесс со средним числом возбуждений на отрезке $(t, t+dt)$, равным $f(t)$, и что вклад в общий отклик $G(t)$, измеряемый на электроде, даваемый элементом, возбужденным в момент t', равен $V(t-t')$. С помощью простых выкладок автор находит соотношения, связывающие среднее значение и функцию корреляции $G(t)$ с функциями $f(t)$ и $V(t)$, и указывает на возможность определения с помощью этих соотношений функций $f(t)$ и $V(t)$. Рассмотрен случай, когда элементы неравнозначны, так что вид $V(t)$ зависит от воз-

буждаемого элемента. Автор замечает, что предложенная модель может служить лишь для качественного описания реальных процессов, происходящих в нервных клетках, и рассматривает возможности изменения модели для более точной интерпретации этих процессов.
В. П. Яковлев

5 В155. Процессы размножения и гибели и теория образования раковых опухолей. Kendall David G. Birth-and-death processes, and the theory of carcinogenesis. «Biometrika», 1960, **47**, № 1-2, 13—21 (англ.)

Ветвящиеся случайные процессы используются в статье для создания формальной количественной теории образования раковых опухолей под воздействием искусственных возбудителей (облучения) переменной интенсивности. Если $f(t)$ — интенсивность внешнего воздействия, которому подвергается бесконечная совокупность нормальных клеток, то за время $t_2 - t_1$ возникает случайное число мутантных клеток 1-го порядка (серых), распределенное по закону Пуассона с параметром $\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$. Каждая серая клетка дает потомство — доброкачественную опухоль, рост которой управляется докритическим процессом размножения и гибели с плотностью рождений λ, меньшей плотности смертей μ. Под влиянием тех же факторов серые клетки могут давать мутанты 2-го порядка (черные) — уже раковые клетки, дающие потомство, рост которого управляется сверхкритическим процессом размножения и гибели, так что плотность рождения L больше плотности смертей M. При этом различаются два случая: А) вторая мутация преобразует серую клетку в черную независимо от роста доброкачественной опухоли, в которую входит эта серая клетка; В) вторая мутация наблюдается при делении серой клетки и приводит к образованию одной серой и одной черной клетки. В обоих случаях плотность мутаций второго рода равна ν; μ, λ, L, M считаются константами, а ν может зависеть от времени, например, $\nu = \nu_0 f(t)$. На основе этих предпосылок описываются как само явление размножения раковых опухолей, так и эксперимент, состоящий в подсчете серых и черных опухолей после некоторого периода облучения. В последнем случае вводятся функции обнаружения $C_g(n)$, $C_b(n)$, дающие вероятности обнаружения экспериментатором n-клеточной опухоли серых и черных клеток соответственно. Предполагается, что $C_g(n) = 1 - \gamma^n$, $C_b(n) = 1 - \beta^n$ и что интервалы между мутациями распределены по показательному закону $e^{-\tau}d\tau$ $(0 < \tau < \infty)$. В этих предположениях получены следующие результаты:

1) Для случая одной серой опухоли, возникшей из одной серой клетки, найдена вероятность обнаружения в момент t опухоли, возникшей в момент u

$$q(t-u) = \frac{(L-M)(1-\beta)T}{(LT-M)-L(T-1)\beta},$$

где

$$T = \exp[(L-M)(t-u)].$$

Двойная производящая функция

$$\varphi(z, w, t) = E\left\{z^{g_t} w^{B_t'}\right\}$$

для распределения числа серых клеток g_t и числа обнаруженных черных опухолей B_t' в предположении А) удовлетворяет интегральному уравнению $\varphi(z, w, t) = z\exp[-(\lambda+\nu+\mu)t] + \int_0^t \{\lambda\varphi^2(z, w, t-u) + \mu + \nu[1+(1-w)q(t-u)]\}\exp[-(\lambda+\mu+\nu)u]\,du$, которое преобразуется в дифференциальное уравнение $\frac{d\varphi}{dt} = \lambda\varphi^2 - (\lambda+\mu+\nu)\varphi + \mu + \nu[1-(1-w)q(t)]$ с начальным условием $\varphi(z, w, 0) = z$. Аналогичное уравнение имеет место и в случае В). Отсюда находятся совместные моменты для g_t и B_t', а также выражение для $\lim_{t\to\infty}\varphi(z, w, t)$.

2) В общем случае получено интегральное уравнение для производящей функции совместного распределения общего числа X_t и Y_t, возникших и обнаруженных за время $(0, t)$ серых и черных опухолей

$$\psi(z, w, t) = E\{z^{X_t} w^{Y_t}\} = \exp\{-R(w, t) - (1-z)S(w, t)\},$$

где $$R(w, t) = \int_0^t [1 - \varphi(1, w, t-u)]\,f(u)\,du,$$

$$S(w, t) = \int_0^t [\varphi(1, w, t-u) - \varphi(\gamma, w, t-u)]\,f(u)\,du.$$

Отсюда получены формулы для $E\{X_t\}$, $E\{Y_t\}$, $\operatorname{var}\{X_t\}$, $\operatorname{var}\{Y_t\}$ и $\operatorname{cov}\{X_t, Y_t\}$ в случае А), а также пределы этих моментов при $t \to \infty$.
В. М. Волков

5 В156. Роль математики при обработке фенологических наблюдений. Шульц Г. Э. В сб. «Применение матем. методов в биол.», Л., Ленингр. ун-т, 1960, 84—94

Обсуждается использование элементарных количественных методов.
Р. Л. Добрушин

5 В157 К. Статистическая теория обнаружения сигнала. Helstrom Carl W. Statistical theory of signal detection. New York, Pergamon Press, 1960, viii, 364 pp., ill., 9.50 doll. «Publishers' Weekly», 1960, **177**, № 26, 102 (англ.)

5 В158 К. Некоторые вопросы теории статистической линеаризации и ее приложений. Казаков И. Е. (Междунар. федерация по автомат. упр. I-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 12 стр., илл.

См. также: 5А59 К, 5Б304, 5Б395

ЧИСЛЕННЫЕ И ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Редактор *В. К. Саульев*

5 В159. Решение задачи Дирихле для тела, ограниченного конечным числом эллипсоидов вращения. Мацкевич И. П. «Докл. АН БССР», 1950, **4**, № 5, 190—193

Дается решение задачи Дирихле для пространственной области, представляющей собой эллипсоид вращения с p эллипсоидальными полостями. Искомая гармоническая функция U разлагается в ряд по некоторым функциям $u_{k,n,m}$ и $v_{k,n,m}$

$$U = \sum_{k=0}^{p}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(X_{k,n,m}u_{k,n,m} + V_{k,n,m}v_{k,n,m}), \quad (1)$$

где $X_{k,n,m}$ и $V_{k,n,m}$ — коэффициенты, определяемые из начальных условий задачи. Задача сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, которой должны удовлетворять $X_{k,n,m}$ и

$V_{k,n,m}$. Показано, что представление (1) функции U единственно, и получены оценки коэффициентов бесконечной системы, показывающие, что ряд (1) равномерно сходится и бесконечная система квазирегулярна, а при достаточном удалении друг от друга эллипсоидов становится вполне регулярной и в общем случае может быть решена методом редукции. Указывается, что этим методом могут быть решены и другие краевые задачи теории потенциала: задача Неймана, смешанная задача, отыскание потенциала в пространстве с внесенными диэлектриками в виде эллипсоидов вращения.

И. Ф. Шелихова

5В160. Устойчивость вычисления задачи Пирка — Коши. Meltzer B. The stability of computation of the Pierce — Cauchy problem. «J. Electron. and Control», 1960, 8, № 6, 449—453 (англ.)

Рассматривается решение систем сеточных уравнений

$$2(1+r^2)u_{ij}=r^2(u_{i-1,j}+u_{i+1,j})+u_{i,j-1}+u_{i,j+1} \quad (1)$$

и

$$4u_{ij}=u_{i-1,j-1}+u_{i+1,j-1}+u_{i-1,j+1}+u_{i+1,j+1} \quad (2)$$

($r=h_2/h_1$), аппроксимирующих на прямоугольной сетке с шагами h_1 и h_2 вдоль осей соответственно x и y задачу Коши для уравнения Лапласа. В случае (1) для погрешности u_{ij} автор получает выражение

$$u_{ij}=\sum\nolimits_{\mu,\alpha} e^{\alpha j}(A_{\mu,\alpha}\sin\mu i+B_{\mu,\alpha}\cos\mu i), \quad (3)$$

где коэффициенты μ и α должны удовлетворять условию $\operatorname{ch}\alpha+r^2\cos\mu=1+r^2$, а $A_{\mu,\alpha}$ и $B_{\mu,\alpha}$ — произвольные постоянные. Из (3) непосредственно следует, что численная погрешность в направлении оси y увеличивается за один шаг на величину e^{α}. Автор показывает, что $e^{\alpha}=2r^2+1+2r\sqrt{r^2+1}$. В частности, на квадратной сетке ($r=1$) $e^{\alpha}\approx 5{,}828$. Для случая уравнения (2) величина e^{α} не зависит от r и равна $1+\sqrt{2}$. Для случая, когда заданы значения u_{ij} для $j=0$, 1 и $i=0,1,\ldots,N-1$ (разностный аналог начальных условий Коши: на оси x заданы функция и ее нормальная производная), автор для решения системы (1) вместо (3) рассматривает следующее выражение

$$u_{ij}=\sum\nolimits_{\mu} e^{-|\alpha|j}(A_{\mu}\sin\mu i+B_{\mu}\cos\mu i). \quad (4)$$

При этом $2N$ неизвестных коэффициентов A_{μ} и B_{μ} получаются из решения $2N$ линейных уравнений

$$u_{i0}=\sum\nolimits_{\mu}(A_{\mu}\sin\mu i+B_{\mu}\cos\mu i),$$

$$u_{i1}=\sum\nolimits_{\mu} e^{-|\alpha|}(A_{\mu}\sin\mu i+B_{\mu}\cos\mu i).$$

Так как $e^{-|\alpha|}\leqslant 1$, этот метод в отличие от предыдущих устойчив.

В. К. Саульев

5В161. Теоремы о неподвижной точке и монотонные операторы краевых задач. Collatz L. Fixedpoint theorems and monotonic operators for initial-value problems. «Sympos. Numeric. Treatment Partial Different. Equations with Real Characteristics. Rome, 1959». Rome, s. a., 56—63 (англ.)

В псевдометрическом пространстве, введенном Шрёдером, рассматриваются уравнения $Tu=u$ и $Tu=f$ с непрерывным оператором сжатия T. Формулируется теорема Шаудера о неподвижной точке. Определяется понятие монотонных операторов, устанавливается монотонная зависимость решения от краевых условий. Приведены иллюстрационные примеры решения уравнений в частных производных с граничными условиями. Библ. 21 назв.

А. А. Красилов

5В162. О некоторых приемах приближенного вычисления собственных значений и собственных векторов положительно определенной матрицы. Krasnoselskii M. A. On some methods of approximate calculation of the characteristic values and characteristic vectors of a positive definite matrix. «Amer. Math. Soc. Translat.», 1959, 12, 155—162 (англ.)

Перевод с русского (РЖМат, 1957, 1841).

5В163. Приближенный метод вычисления корней при помощи отношения полиномов. Franke Friedrich. Nährungsweise Berechnung von Wurzeln durch Polynomquotienten. «Jenaer Jahrb.», 1959. Teil 2. Jena, 1960, 480—495 (нем.)

Статья посвящена приложению непрерывных дробей к вычислению корней n-й степени из действительных положительных чисел. В первых четырех параграфах излагаются вопросы, связанные с разложением $a=\sqrt[n]{z}$ в непрерывную дробь. На основании формулы бинома Ньютона a разлагается в ряд по x ($x=d/b^n$, $z=b^n+d$) и при помощи теоремы Перрона доказываются простые соотношения для коэффициентов, получающихся при обращении этого ряда в непрерывную дробь. Показано, что последовательность подходящих дробей четного порядка соответствующей непрерывной дроби — монотонно возрастающая, а нечетного порядка — монотонно убывающая. Посредством аппроксимации подходящей дробью разложения $\sqrt[n]{z}$ в непрерывную дробь и путем использования выведенных рекуррентных формул для числителей и знаменателей последовательных подходящих дробей получены рекуррентные формулы, позволяющие находить значение корня n-й степени в виде отношения двух многочленов, следующего вида:

$$b_0=b;\quad b_1=\frac{z+(n-1)b^n}{nb^{n-1}};$$

$$b_2=\frac{[(n+1)z+(n-1)b^n]b}{(n-1)z+(n+1)b^n}\ \text{и т. д.}$$

В пятом параграфе рассматриваются возможности применения этих формул для вычисления квадратных корней на быстродействующих вычислительных машинах с плавающей запятой. Приводятся формулы оценки погрешности. Отмечается, что изложенный метод быстрее приводит к цели, чем метод Ньютона. Приведены числовые примеры.

И. Ф. Шелихова

5В164. Об определении границ корней возвратных уравнений. Parodi Maurice. Sur la localisation des racines des équations réciproques. «Bull. sci. math.», 1959, 83, № 1, 21—23 (франц.)

Рассматривается уравнение

$$x^{2n}+a_1x^{2n-1}+\ldots+a_nx^n+\ldots+a_1x+1=0. \quad (1)$$

Если

$$|a_1|+\ldots+|a_n|<1, \quad (2)$$

то комплексные корни уравнения (1) принадлежат области, получающейся из области $|z|\leqslant 3$ с помощью отображения, определяемого соотношением $x+1/x=z$. Приводится чертеж этой области. В случае, когда коэффициенты уравнения не удовлетворяют неравенству (2), следует брать отображение области, являющейся суммой областей $|z|\leqslant 3$ и $|z+a_1|\leqslant|1-a_2|+\sum_{k=3}^{n}|a_k|$. На примере уравнения $x^6+4x^4+4x^2+1=0$ показано преимущество полученных оценок по сравнению с общей оценкой, не использующей того факта, что уравнение является возвратным.

В. Л. Загускин

5В165. О квадратурных формулах типа формулы Гаусса. Stancu D. D. Asupra formulelor de cuadratură de tip Gauss. «Studia Univ. Babeș-Bolyai. Math.», 1958, 3, № 3, 71—84 (рум.; рез. русск., франц.)

Применяя интерполяционную формулу $f(x)=L_{n\cdot p-1}(x)+R_{n+p}(x)$, где

$$L_{n+p-1}(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{h(x)\,g(x)}{(x-x_i)\,h'(x_i)\,g(x_i)}f(x_i)+$$

$$+\sum_{k=1}^{p}\frac{h(x)\,g(x)}{(x-\gamma_k)\,h(\gamma_k)\,g'(\gamma_k)}f(\gamma_k)$$

($n+p$ — число узлов), для приближенного вычисления интеграла $I=\int_a^b p(x)f(x)\,dx$, когда $p(x)$ — данная, интегрируемая в интервале $[a, b]$ функция, автор получает квадратурную формулу, из которой ($x_1, x_2, \ldots, x_n$ — n действительных различных корней ортогональных многочленов специального вида) строит квадратурную формулу, имеющую степень точности $(2n-1)$, типа формулы Гаусса. Рассмотрены случаи, когда $p=n$ и $p\geqslant n$. Выведена формула остаточного члена, являющаяся обобщением известной формулы Маркова. С помощью формулы Кристоффеля — Дарбу найдена более краткая форма записи общей классической квадратурной формулы Гаусса вида:

$$\int_a^b p(x)f(x)\,dx=\Delta_{n-1}^2\sum_{\nu=1}^{n}\frac{f(x_\nu)}{P_n'(x_\nu)P_{n-1}(x_\nu)}+$$

$$+\frac{f^{(2n)}(\xi)}{(2n)!\,\Delta_{n-1}^2}\int_a^b p(x)P_n^2(x)\,dx,$$

где

$$P_n(x)=\begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \ldots & c_{n-1} & 1\\ c_1 & c_2 & \ldots & c_n & x\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ c_n & c_{n+1} & \ldots & c_{2n-1} & x^n \end{vmatrix},\quad c_\nu=\int_a^b p(x)x^\nu\,dx\quad(\nu=0,1,2,\ldots),$$

$$\Delta_n=\begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \ldots & c_n\\ c_1 & c_2 & \ldots & c_{n+1}\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ c_n & c_{n+1} & \ldots & c_{2n} \end{vmatrix}.$$

Показано, что формулы Кристоффеля, Дерюйта и Мелера получаются из квадратурной формулы Гаусса, если соответствующими ортогональными полиномами являются классические ортогональные полиномы Лежандра, Эрмита и Лагерра. И. Ф. Шелихова

5 В166. Формула Буля. Ionescu D. V. Formula lui Boole. «Studia Univ. Babeş-Bolyai. Math.», 1958, 3, № 3, 39—47 (рум.; рез. русск., франц.)

Дается вывод квадратурной формулы вида

$$\int_a^b f(x)\,dx=A_0[f(a)+f(b)]+A_1[f''(a)+f''(b)]+\ldots$$

$$\ldots+A_n[f^{(2n)}(a)+f^{(2n)}(b)]+\int_a^b\varphi_{n+1}(x)f^{(2n+2)}(x)dx,$$

из которой вытекает формула Буля и формулы, являющиеся ее обобщением. На основании исследования последовательности функций $\{\varphi_n(x)\}$ доказывается теорема о сходимости ряда $\int_a^b p(x)f(x)\,dx=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\times$ $\times[f^{(2n)}(a)+f^{(2n)}(b)]$ и ряда Буля $F(b)-F(a)=$ $=\sum_{n=0}^{\infty}A_n[F^{(2n+1)}(a)+F^{(2n+1)}(b)]$, или $F(b)-F(a)=$ $=\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n((b-a)/2)^{2n+2}[F^{(2n+1)}(a)+F^{(2n+1)}(b)]$, где $\lambda_n=(-1)^n\frac{4^{2n+2}-2^{2n+2}}{(2n+2)!}B_{n+1}$ $(n=0, 1, 2\ldots)$, B_n — числа Бернулли. Выводится квадратурная формула из обобщенной квадратурной формулы Симпсона, имеющая степень точности $4n-1$. Доказана сходимость последовательности

$$\int_a^b p(x)f(x)\,dx=$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\left[A_kf^{(4k)}(a)+C_kf^{(4k)}\frac{a+b}{2}+A_kf^{(4k)}(b)\right],$$

из которой вытекает теорема о сходимости ряда

$$F(b)-F(a)=\sum_{k=0}^{\infty}(b-a)^{4k+1}[\lambda_kF^{(4k+1)}(a)+$$

$$+\mu_kF^{(4k+1)}\left(\frac{a+b}{2}\right)+\lambda_kF^{(4k+1)}(b)\Big],$$

аналогичного ряду Буля. Полученные квадратурные формулы применяются для вывода формул

$$\int_a^b f(x)\,dx=A_1f(x_1)+A_2f(x_2)+\ldots+A_nf(x_n)+$$

$$+\sum_{i=0}^{k-1}B_i[f^{(n+2i)}(a)+f^{(n+2i)}(b)]+$$

$$+\int_a^b\varphi_k(x)f^{(n+2k)}(x)\,dx$$

и

$$\int_a^b f(x)\,dx=A_1f(x_1)+A_2f(x_2)+\ldots+A_nf(x_n)+$$

$$+\sum_{i=0}^{k-1}\left[B_if^{(n+4i)}(a)+C_if^{(n+4i)}\left(\frac{a+b}{2}\right)+B_if^{(n+4i)}(b)\right]+$$

$$+\int_a^b\varphi_k(x)f^{(n+4k)}(x)\,dx,$$

имеющих степень точности соответственно $n+2k-1$ и $n+4k=1$. И. Ф. Шелихова

5 В167. К решению систем линейных уравнений. Hennecke F. Zur Auflösung linearer Gleichungssysteme. «Vermessungstechnik», 1960, 8, № 4, 95—98 (нем.; рез. русск., англ.)

Излагается «модернизированный алгоритм Гаусса» для решения систем нормальных уравнений с симметричной матрицей коэффициентов. Рассмотрен случай неопределенного решения системы нормальных уравнений. Указаны возможности исправления полученных ранее результатов итерационным методом без повторного решения системы. Отмечается, что предложенный метод дает значительную экономию вычислительной работы, которая возрастает с увеличением числа уравнений и составляет, например, для системы трех нормальных уравнений 10%, а для 20—41%. Изложенное проиллюстрировано числовыми примерами. В библ. 6 назв. И. Ф. Шелихова

5 В168. Влияние ошибок округления на точность решения системы линейных уравнений. Гордеев А. В. «Тр. Моск. ин-та инж. землеустройства», 1960, вып. 9, 169—185

Дается анализ точности решения систем нормальных уравнений с большим числом неизвестных, встречающихся при уравновешивании обширных геодезических сетей. Действительная величина погрешности результата решения определяется с учетом всех ошибок как имеющихся в исходной системе, так и зарождающихся в процессе решения. Подробно исследованы причины, влияющие на точность решения (методом исключения Гаусса) при прямом и обратном ходах. Отдельно рассмотрены система уравнений с симметричной матрицей (частным случаем которой является система нормальных уравнений) и система с несимметричной матрицей, так как для этих систем формулы средних квадратических ошибок по учету влияния ошибок округления на окончательные результаты различны. Получены приближенные формулы простейшего вида при упрощенном учете влияния ошибок округления. И. Ф. Шелихова

5 В169. О применении линейной алгебры для теоретических и практических задач геодезического уравновешивания в зарубежной литературе. Макеев Р. П.

«Тр. Моск. ин-та инж. геод., аэрофотосъемки и картогр.», 1960, вып. 41, 81—93

Кратко излагается содержание трех статей Готтхарда, Юнга и Гуггенбергера, касающихся применения обозначений и формул линейной алгебры для решения некоторых задач геодезического уравновешивания. Проводится анализ процесса вычисления для решения систем нормальных уравнений по методу Гаусса и по методу ортогонализации Цветкова, известного в линейной алгебре под названием процесса ортогонализации Грама — Шмидта. Показано, что схема Гаусса есть процесс ортогонализации нормальных уравнений, а метод ортогонализации есть процесс ортогонализации условных уравнений. Некоторое достоинство последнего метода автор видит в том, что условные уравнения иногда составляются уже ортогональными и после ортогонализации последнего условного уравнения значения неизвестных коррелат получаются без дополнительных вычислений. Приводится числовой пример на уравновешивание методом ортогонализации и дается схема уравновешивания условных измерений по методу ортогонализации в обозначениях Гаусса. И. Ф. Шелихова

5 В170. Новая схема решения систем условных уравнений. Селиханович В. Г., Гурштейн А. А. «Тр. Моск. ин-та инж. геод., аэрофотосъемки и картогр.», 1960, вып. 41, 19—27

Статья посвящена одному из основных разделов способа наименьших квадратов — уравниванию условных измерений. Излагается новая схема решения систем условных уравнений, предложенная австралийским ученым Цветковым, известная под названием «схемы решения без составления нормальных уравнений». Как и метод Гаусса, новый метод является элиминационным, но исключаются не неизвестные, а уравнения. Основные трудности представляет не решение уравнений, а ортогонализация системы. Процесс получения поправок сводится к вычислению коэффициентов ортогональной формы одного уравнения, ортогональное решение которого есть ортогональное решение всей системы. Применение метода поясняется на примере уравнивания сети, содержащей 6 условных уравнений. Анализ изложенной схемы вычислений показывает, что ее достоинством является простота и полная повторяемость действий, а также значительное ускорение процесса доуравновешивания. Независимость действий позволяет производить решение одной задачи одновременно нескольким вычислителям. К недостаткам схемы относятся большое количество действий, слабый контроль и наличие некоторых действий, которые вообще не контролируются. И. Ф. Шелихова

5 В171. Использование условных весовых коэффициентов при двухгрупповом уравновешивании. Шарупич С. Г. «Тр. Моск. ин-та инж. землеустройства», 1960, вып. 9, 195—204

Рассматриваемая линейная симметричная система нормальных уравнений разбивается на две группы, и вводятся условные весовые коэффициенты таким образом, что неизвестные первой группы нормальных уравнений выражаются через неизвестные второй группы и свободные члены. Приводится схема решения нормальных уравнений второй группы при помощи коэффициентов первой группы. Промежуточный контроль осуществляется с помощью столбцов сумм. Рекомендуется при решении нормальных уравнений включать по два—три уравнения в группу для одновременного преобразования; при этом различные сочетания групп являются хорошим средством для борьбы с потерей точности и позволяют получать в последней группе веса сразу трех последних неизвестных. Изложенная теория может применяться в любой комбинации последовательных многократных преобразований. Указан порядок вычислений. Приведены числовые примеры. И. Ф. Шелихова

5 В172. Сглаживание табличных функций тригонометрическими полиномами. Martensen E. Trigonometrische Glättung periodischer Funktionswerte. «Z. angew. Math. und Mech.», 1960, **40**, № 9, 425—426 (нем.)

Рассматривается аналог схемы Рунге среднеквадратического приближения периодических функций в системе тригонометрических полиномов. Приводятся вычислительные алгорифмы. А. А. Красилов

5 В173. Моделирование на машине-аналоге решения с различными краевыми условиями. Matyáš Josef. Modellieren einer Leitung mit verschiedenen Randbedingungen mit Hilfe eines Analogrechners. «Arch. elektr. Übertrag.», 1959, **13**, № 11, 482—486 (нем.; рез. англ.)

Описывается моделирование решений некоторых задач на машинах-аналогах. Возможность моделирования решения рассматривается на примерах смешанных задач для уравнения колебания струны. Для моделирования приближенных решений этих задач строятся системы дифференциальных уравнений метода прямых, в которых независимой переменной является время t. Системы уравнений метода прямых строятся с учетом краевых условий, при этом используется аналитическое продолжение решения вне области. Решения этих систем уравнений находятся на машинах-аналогах. В. И. Лебедев

5 В174. По поводу практического суммирования расходящихся рядов. Vernotte Pierre. A propos de la sommation pratique des séries divergentes. «C. r. Acad. sci.», 1960, **250**, № 8, 1431—1432 (франц.)

Продолжение предыдущей работы автора (РЖМат, 1960, 6986). Пусть причиной расходимости будет очень быстрое возрастание $|u_n|$. Рассмотрим тогда ряды $\sigma_p = \sum u_n^{-p}$, $p > 0$. Как и ранее, можно рассматривать данный ряд как экстраполяцию до $p = -1$ ряда с суммой σ_p. При быстром возрастании $|u_n|$ σ_p будет сходящимся, сколько бы мало ни было p (например, если $u_n = n!$), так что σ_p будет функцией p, определенной на всей части комплексной плоскости, расположенной вправо от мнимой оси, причем эта ось может быть исключена полностью или частично. Если ряд знакопеременный, $\sigma_p = 0{,}5$ для $p > 0$, производная для $p = 0$ принципиально существует, ряд $\sum (-1)^n \log |u_n|$ здесь, вообще говоря, имеет сумму. Можно, следовательно, получить искомую сумму σ_{-1}, продолжая до $p = -1$ непрерывно графики $\sigma_p (p > 0)$. Уверенность в проведении графика обеспечивается тем, что фактически $\sigma_{-\infty} = 0$. Можно также, и это более точно, задаться σ_p в форме, обратной полиному степени p. Так, с помощью полинома 4-й степени автор нашел сумму ряда $\sum (-1)^n n!$ равной 0,4047 вместо более точного значения 0,4036. Если сильно расходящимся является ряд с положительными членами, то вопрос полностью изменяется: σ_0 не имеет смысла и, как это было показано, σ_p перестает для $p > 0$ быть действительной. Возьмем ряд $\sum n!$ (обобщение совершается легко) и изучим расходящиеся ряды $\sum (n!)^{-p}$ (p очень мало). Оценим сумму, замечая, что члены долго сохраняют значение, близкое к единице, и что, лишь начиная с определенного N, возрастание $n!$ одержит верх над малостью p. Убывание сделается быстрым и последующие члены окажут малое влияние на сумму. Заменим в первом приближении $n!$ через n^n и положим $N^{Np} \approx A$, $A > 1$. Тогда $Np \log N \approx \approx \log A$ и N будет дано в форме $B/p \log (B/p)$, сумма же ряда, приближенно равная произведению среднего значения N первых членов (мало изменчивых) на их число N, будет дана в форме $\sigma_p \approx C/p \log (B/p)$. Более тонкая оценка $n!$ дает

$$\sigma_p \approx A\,[B/p - 0{,}5 \log (B/p)]/[\log B/p - 1)].$$

Хотя эта оценка получена в предположении очень малого p, автор применил ее к $p=-1$ для суммирования ряда $\sum n!$ и получил $\sum n! \approx 0{,}5645\,[-3-0{,}5\log 3-0{,}5\pi i]/[\log 3-1+\pi i] \approx -0{,}28+0{,}73i$. Несмотря на такую, казалось бы, случайную экстраполяцию, этот результат оказался близким к полученному ранее более точному $-0{,}30+i\,(\pi/e)$. Теоретические обоснования отсутствуют. Ю. Ф. Харкеевич

5 В175. Суммирование расходящихся рядов с положительными членами: затруднения, возникающие в связи с комплексными значениями таких сумм. Vernotte Pierre. La sommation des séries divergentes à termes positifs: difficultés introduites par leur valeur complexe. «C. r. Acad. sci.», 1960, 250, № 10, 1785—1786 (франц.)

Продолжение предыдущих работ автора (РЖМат, 1957, 4113; 1960, 6986; реф. 5В174). Высказывается мысль, что затруднения, заключающиеся в суммировании расходящихся рядов, содержатся в комплексном значении суммы. Поэтому достаточно заставить исчезнуть мнимые элементы, чтобы прийти к легко суммируемому ряду. Пусть ряд $\sum u_n$ имеет сумму $S=\alpha+i\beta$. Тогда $(S-\alpha)^2=-\beta^2$ — величина действительная. Значение α подбирается так, чтобы ряд, представляющий $(S-\alpha)^2$, был суммируем без затруднений и подчинен условию регулярности (в смысле РЖМат, 1957, 4113). Построим по классическому правилу ряд $(\sum u_n)^2$ и прибавим к нему ряд $-2\alpha\sum u_n$. Эти два ряда имеют связную формацию. Для того чтобы весь ансамбль был связным, надо представить и α^2 в форме связного ряда. Действительно, так как члены первых двух рядов быстро возрастают, то достаточно вычесть ряд для α^2 из суммы двух членов, из которых второй приближенно составляет половину первого. Ряд с положительными членами, окончательно полученный для $(S-\alpha)^2$, должен привести к сходящемуся ряду. Изложенное подробно иллюстрируется на примере суммирования ряда $\sum n!$, для которого найдено $S=-0{,}3028\pm 1{,}12\,i$, что хорошо согласуется с ранее найденным значением $-0{,}3028\pm(\pi/e)i$. Ю. Ф. Харкеевич

5 В176. Приближение функции двух переменных посредством специального вида суперпозиции функций одной переменной. Веселаго И. Л. «Изв. Ленингр. электротехн. ин-та», 1959, 39, 271—284

Рассматривается задача создания электрических систем, которые позволяют автоматически осуществлять различные математические функции от двух переменных в виде комбинации функций от одной переменной с наибольшей простотой, т. е. позволяют автоматизировать их с наименьшим числом элементарных устройств. Излагается приближенный метод, часто позволяющий с достаточной точностью (погрешность не превосходит 3—4%) аппроксимировать функцию двух переменных, как суперпозицию функций от одной переменной с помощью 4 элементарных устройств, и применяемый в случаях, когда способ Сильверберга и Пайка аппроксимации вида

$$f(x_i, y_j) = g(x_i) + h(y_j) \qquad (1)$$

дает значительную погрешность. Задача сводится к отысканию таких функций Φ, f_1 и f_2, чтобы данная функция $z=F(x, y)$ с возможно большей точностью представлялась в виде $z=\Phi[f_1(x)+f_2(y)]$. Это идентично отысканию функций φ, f_1, f_2 таких, что $\varphi(z)=f_1(z)+f_2(y)$, где $\varphi(z)$ должна быть обратима. Отличие данного метода от метода Сильверберга и Пайка состоит в том, что разложение (1) применяется не к заданной функции от двух переменных $z=F(x, y)$, а к функции $\varphi(z)$, получаемой в результате двукратного численного интегрирования обычными методами дифференциального уравнения вида

$$[\ln \varphi'(z)]' = -z''_{xy}/z'_x z'_y .$$

Подробно описывается схема вычислений. Даны примеры приложения данного метода к функциям, заданным аналитически и таблично. Результаты вычислений сведены в таблицы. И. Ф. Шелихова

5 В177. Об интегрировании рациональных функций через разделенные разности. Pisanelli Domingos. Sur l'integration des fonctions rationnelles par des différences subdivisées. «Boll. Unione mat. ital.», 1959, 14, № 2, 139—141 (франц.)

Выводится формула

$$\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)}\,dx = \left[\underbrace{\alpha_1, \ldots, \alpha_1}_{m_1}\ \underbrace{\alpha_2, \ldots, \alpha_2}_{m_2} \ldots \underbrace{\alpha_r, \ldots, \alpha_r}_{m_r}\right]_{P(\alpha)\log\frac{b-\alpha}{a-\alpha}},$$

где $P(x)$ и $Q(x)$ — полиномы с действительными или комплексными коэффициентами, первый коэффициент $Q(x)$ равен единице, степень $P(x)$ ниже степени $Q(x)$, интегрирование совершается от a до b вдоль пути, обходящего нули $Q(x)$, $\alpha_i\ (1\leqslant i\leqslant r)$ — корни $Q(x)$, каждый кратности m_i. Ю. Ф. Харкеевич

5 В178. Обработка функций, заданных таблично. Ленченко А. И. «Сб. научн. тр. Днепропетр. металлург. ин-т», 1958, вып. 35, 59—78

Рассматривается задача, связанная с нахождением для функции y, заданной таблицей своих значений, соответствующих равноотстоящим значениям аргумента t, аналитического выражения $\bar{y}=f(t)$, с достаточной степенью точности представляющего заданную таблицу. Для выравнивания результатов экспериментальных данных, на основании которых получены табличные значения, выводятся формулы вида

$$\bar{y}(0) = c_0\varphi_0(0) + c_2\varphi_2(0) + \ldots + c_l\varphi_l(0), \qquad (1)$$

где $c_j = \sum y_i\varphi_{ji}/\sum \varphi_j^2$, φ_j — ортогональные функции с постоянным весом $p(x_i)=1$, удовлетворяющие рекуррентному соотношению $\varphi_j = xy_{j-1} + a_j\varphi_{j-2}$ при $a_j = -\sum \varphi_{j-1}^2 / \sum \varphi_{j-2}^2$. Для оценки выравнивания, которое дается формулами (1), определяются отклонения δ_i заданных значений y_i от значений $\bar{y}_i$, вычисленных по формулам (1). Результаты, полученные для δ_i, указывают на то, что формулы выравнивания (1) не должны быть полиномом высокой степени, так как приближение по методу наименьших квадратов при помощи полиномов с постоянным весом дает отклонения, возрастающие по абсолютной величине от концов интервала к его середине по биномиальному закону. Рассмотрены различные частные случаи. Отмечается, что предложенный способ нахождения эмпирических формул избавляет от излишней сложности, которой сопровождаются вычисления по методу наименьших квадратов. Изложенное проиллюстрировано примерами. И. Ф. Шелихова

5 В179. Об оценке ошибки суммы приближенных чисел. Щиголев Б. М. «Сообщ. Гос. астрон. ин-та им. П. К. Штернберга», 1960, № 103, 19—49

Рассматриваются способы оценки ошибки суммы в случае равноточных и неравноточных слагаемых. Выводятся вероятностным способом оценки для одного приближенного числа, суммы двух, трех и четырех слагаемых. В случае, когда число слагаемых больше четырех, но недостаточно велико для применения теоремы Ляпунова (примерно 10—15 слагаемых), предельная погрешность принимается равной удвоенному среднему квадратичному отклонению. Кратко изложены рекомендации для случая большого числа слагаемых. А именно, если слагаемые равноточные, то принимается нормальный закон распределения ошибок с дисперсией, равной дисперсии суммы; если предельные погрешности сла-

гаемых различны и есть главная ошибка, то пользуются композицией нормального закона с равномерным. В заключение приводится сводка предложений о способах оценки погрешности в зависимости от числа слагаемых и дается таблица вероятных предельных погрешностей суммы. И. Ф. Шелихова

5 В180. Метод вычислений на цифровом дифференциальном анализаторе, обладающий повышенной точностью. Меньшиков Г. Г. «Тр. Научно-техн. конференции. Ленингр. электротехн. ин-та связи». Вып. 2. Л., 1960, 19—22

Предлагается метод вычислений, позволяющий создать цифровые дифференциальные анализаторы (ЦДА), в которых точность вычислений пропорциональна квадрату времени вычислений. Если заданное дифференциальное уравнение сведено к системе

$$d^2y_k = \sum_{i,j=0}^{n} a_{i,j,k} y_j d^2 y_i \quad (k = 2, 3, \ldots, n),$$

то машиной решается система вида

$$\Delta^2 y_k = \sum_{i,j=0}^{n} a_{i,j,k} y_j \Delta^2 y_i (k = 2, 3, \ldots, n),$$

т. е. порядок точности вычислений возрастает вдвое по сравнению с современными ЦДА при той же скорости вычислений. Приведен числовой пример, иллюстрирующий преимущества метода вторых дифференциалов. И. Ф. Шелихова

5 В181. Исследование нелинейных процессов в экстремальном регуляторе. Казакевич В. В. В сб. «Теория и применение дискретн. автомат. систем». М., АН СССР, 1960, 387—398

К исследованию экстремальных систем, связанному решением систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, применяется метод Галёркина. Для систем, в которых объект описывается линейным дифференциальным уравнением первого или второго порядка, решение определяется в виде бесконечного ряда $y = b + \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin i\omega x + B_i \cos i\omega x)$, а для систем с нелинейными объектами решение ищется в виде $y = b - \Delta_1 \sin^2(\omega x + \varphi)$. Рассмотрены различные частные случаи. Приводятся графики решений. И. Ф. Шелихова

5 В182. Об улучшении сходимости метода Фурье. Поплавский Р. П. «Прикл. матем. и механ.», 1960, 24, № 2, 387—389

Излагается метод выделения главной части решения граничных задач гармонического типа, позволяющий аналогично методу А. Н. Крылова дополнительно улучшить сходимость (обеспечиваются наилучшее убывание коэффициентов ряда, а также минимальность их модулей) в области, представляющей обобщенный прямоугольник. Показано, что наилучшую сходимость дает частное решение уравнения Пуассона (полученное методом Фурье), удовлетворяющее граничным условиям на двух противоположных длинных сторонах обобщенного прямоугольника и называемое главной частью решения. Параллельно рассмотрены задачи Дирихле и Неймана. Метод позволяет находить коэффициенты ряда без интегрирования через дифференциальные операции от нагрузки и граничных функций в углах. И. Ф. Шелихова

5 В183. Некоторые замечания об асимптотическом поведении решений разностных уравнений. Урм В. Я. «Докл. АН СССР», 1960, 132, № 1, 56—59

Исследуется вопрос об асимптотическом поведении решений разностных уравнений в классе последовательностей, суммируемых с квадратом. Рассмотрено разностное уравнение $u_k^{n+1} \sum_p c_{p-k} u_p^n$, для которого имеет место разностный аналог задачи Коши. Его решение представляют в виде

$$u_k^n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \lambda^n(s) U^0(s) \exp[-iks]\, ds;$$

тогда асимптотическое решение записывается в форме

$$\overset{(2)}{u}{}_k^n =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \exp\left[in \sum_{l=1}^{2p-1} \beta_l s^l - n\beta_{2p} s^{2p}\right] U^0(s) \exp[-iks]\, ds.$$

Показано, что ошибка $\sum_k \left| u_k^n - \overset{(2)}{u}{}_k^n \right| \leqslant M_5 n^{-3/2p+(4p+1)\delta}$ (M — константа) стремится к нулю быстрее, чем убывают сами исследуемые величины. Приведено несколько примеров, для которых выписаны асимптотические формулы. И. Ф. Шелихова

5 В184. Обращение операции свертывания в численном расчете. Loeb Julien. La «déconvolution» en calcul numérique. «Ann. télécommuns», 1960, 15, № 3-4, 84—91 (франц.)

Рассматривается проблема обращения интегральных уравнений типа свертки с конечными пределами вида

$$V(x) = \int_a^b g(u)\, z(x+u)\, du,$$

где $V(x)$ и $g(x)$ — известные функции, полученные в результате измерений, а $z(x)$ — неизвестная физическая величина. Предлагается численный метод решения таких уравнений, состоящий в том, что исходное интегральное уравнение заменяется бесконечной системой алгебраических уравнений с матрицами почти диагонального вида. Доказываются необходимые и достаточные условия возможности обращения рассматриваемых матриц и предлагается практический способ расчета методом последовательных приближений. Рассмотрены различные частные случаи. Статья проиллюстрирована примерами. И. Ф. Шелихова

5 В185. О применении логарифмической и полулогарифмической бумаги. Вандышева Е. В. «Матем. в школе», 1960, № 4, 44—51

Подробно описаны практические приемы использования логарифмической и полулогарифмической бумаги при решении задач, связанных с показательной, степенной и логарифмической зависимостями. Рекомендуется знакомить с ними учащихся на кружковых занятиях. И. Ф. Шелихова

5 В186. К решению с десятичным дополнением. Dummer K.-F. Zum Rechnen mit dekadischer Ergänzung. «Wiss. Z. Hochschule Elektrotechn. Ilmenau», 1959, 5, № 2-3, 175 (нем.; рез. русск., англ., франц.)

Восприятие обозначения «десятичного дополнения» как числа упрощает числовые расчеты. Резюме автора

5 В187. Расчет токов короткого замыкания в электрической сети при помощи матриц. Schaller D. Die Berechnung von Kurzschlußströmen in elektrischen Netzen, dargestellt als Matrizenoperation. «Wiss. Z. Hochschule Elektrotechn. Ilmenau», 1959, 5, № 2-3, 163—173 (нем.; рез. русск., англ., франц.)

Речь идет о решении систем линейных алгебраических уравнений невысокого порядка прямыми методами.

5 В188. Вычисления Arcsin x, Arccos x и Arctg x с большой точностью. Perlin I. E., Garrett J. R. High precision calculation of arcsin x, arccos x, and arctg x. «Math. Comput.», 1960, 14, № 71, 270—274 (англ.)

Рассматривается вопрос о вычислениях Arcsin$x$, Arccos$x$ и Arctg$x$ на машинах с фиксированной запятой. Находятся коэффициенты полиномиального разложения Arctg$x$ для интервала $0 \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} \frac{\pi}{24}$, которое дает двадцать верных десятичных цифр. Arcsin$x$ и Arccos$x$ вычисляются из соотношений

$$\operatorname{Arctg}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{Arcsin} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arccos} x.$$

Вычисление Arctg$x$ требует не более одиннадцати умножений и одного деления. Arcsin$x$ и Arccos$x$ требуют дополнительно одно умножение, одно деление и одно извлечение квадратного корня. М. А. Алексидзе

5 В189. Применение полиномов Бернулли к улучшению сходимости тригонометрических рядов по методу Крылова. Гуревич С. Г. «Изв. Ленингр. электротехн. ин-та», 1959, 39, 292—300

Используя полиномы Бернулли, автор получает формулы, с помощью которых можно выделить медленно сходящуюся часть и получить ряд Фурье с коэффициентами высшего порядка малости. Приведен один пример. Я. И. Алихашкин

5 В190. Аналитический метод приближенного вычисления переходных процессов в некоторых нелинейных системах автоматического регулирования. Соколов П. И. «Тр. Моск. авиац. ин-та», 1959, вып. 112, 27—38

Рассматривается система автоматического регулирования, содержащая нелинейное звено со статической характеристикой в виде непрерывной кривой. Такая система описывается уравнением, в которое входит интеграл свертывания. Исследуются вопросы решения подобных уравнений путем приближенного представления интеграла свертывания в виде суммы и оценивается точность решения. Даны примеры. Ю. М. Барабошкин

5 В191. Подбор ν линейных соотношений к n переменным, каждое из которых может содержать ошибку. Hey M. H., Hey E. N. Fitting ν linear relations to n variables all liable to error. «Nature (Engl.)», 1960, 185, № 4709, 338 (англ.)

5 В192. Асимптотические формулы для функции $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(x)$ при $\tau\to\infty$. Кармазина Л. Н. «Вычисл. математика», сб. 6, 1960, 3—16

Получены последующие два члена разложения указанной в заглавии функции по функциям Бесселя (первые два получены В. А. Фоком) для $1\leqslant x<\infty$, а также выведено асимптотическое разложение для $-1<x\leqslant 1$. Приведены таблицы коэффициентов этих разложений, позволяющие упростить вычисление значений функции. Я. И. Алихашкин

5 В193. Автоматический метод нахождения наибольшего или наименьшего значения функции. Rosenbrock H. H. An automatic method for finding the greatest or least value of a function. «Comput. J.», 1960, 3, № 3, 175—184 (англ.)

Описан метод вычисления наибольшего и наименьшего значений функции многих переменных при условии конечности области изменения независимых переменных. Основные трудности метода заключаются в определении длины и направления шагов. Метод можно использовать на быстродействующих вычислительных машинах. Попутно изложен метод покоординатного приращения независимых переменных и метод наискорейшего спуска. Работа возникла в связи с нахождением наиболее экономичных результатов на химическом производстве.

5 В194. Быстрый и точный счет. Сендов Бл. Бързо и точно да смятаме. «Математ. и физика» (Бълг.), 1960, 3, № 4, 1—9 (болг.)

Речь идет о некоторых правилах для быстрого выполнения арифметических операций (в частности, умножения) над целыми числами.

5 В195. О некоторых проблемах программирования при решении обыкновенных дифференциальных уравнений. Napolitano Luigi G. Su alcuni problemi concernenti la programmazione di equazioni differenziali ordinarie non lineari. «Ricerca», 1957, 8, genn.-giugno, 60—72 (итал.)

5 В196. Самоконтролирующийся метод вычисления наклонов кривых. Lamont Charles M. Self-checking method of computing curve elevations. «J. Surv. and Mapp. Div. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs», 1960, 86, № 1, Part 1, 1—5 (англ.)

Описан способ вычисления угловых коэффициентов касательных и координат промежуточных точек дуги параболы по данным координатам и угловым коэффициентам касательных G_1 и G_2 в начальной и конечной точках. По формуле

$$S_x = G_1 \pm \frac{G_2 - G_1}{L}\, x$$

вычисляются значения угловых коэффициентов касательных в некотором числе промежуточных точек (L — разность абсцисс конечной и начальной точек), а затем усредненные значения угловых коэффициентов в интервалах между промежуточными точками и, наконец, конечные приращения кривой на этих интервалах. Самоконтроль заключается в том, что последовательность указанных вычислений должна привести к заданной ординате конечной точки. Рассмотрен порядок вычислений на настольной клавишной машине. А. Б. Штыкан

5 В197. «Самоконтролирующийся метод вычисления наклонов кривых» Чарльза М. Ламонта. Обсуждение. Hickerson T. F. «Self-checking method of computing curve elevations» by Charles M. Lamont. Discussion. «J. Surv. and Mapp. Div. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs», 1960, 86, № 2, Part 1, 39—40 (англ.)

Подвергнут критике метод вычисления, описанный в статье Ламонта (реф. 5 В196), и показано, что те же результаты могут быть значительно проще получены непосредственно по уравнению параболы $y = {}^1/_2 Rx^2$, в котором $R = (G_2 - G_1)/L$ (обозначения те же, что у Ламонта), по формуле

$$E_x = E_a + G_1 x \pm \frac{1}{2} Rx^2 = E_a + \left(G_1 \pm \frac{1}{2} R\right) x.$$

Если кривая расположена книзу от касательной в начальной точке, то берется знак минус, а в противном случае — плюс. А. Б. Штыкан

5 В198. Решение линейных уравнений с помощью пропорционального циркуля. Кириллов Г. М. «Тр. Уральского политехн. ин-та», 1960, сб. 99, 98—104

Умножение каждого из уравнений системы на число, выражаемое отношением коэффициентов при исключаемом неизвестном, и последующие алгебраические сложения предлагается выполнять графически. Изобразив коэффициенты отрезками прямых, перпендикулярными базовой, и расположенных, в зависимости от знака, кверху или книзу от неё, можно осуществить умножения посредством пропорционального циркуля. После этого производится обычное графическое сложение или соответственно вычитание отрезков так же, как при численном решении, например, по методу Жордана (Нарец Л. К., Расчет статически неопределимых систем на малых вычислительных машинах, Стройиздат, 1958), которым решен один из рассмотренных примеров. Кратко описан способ повышения точности по неувязкам. По утверждению автора, предложенный графический способ является значительно менее трудоемким, чем числовые. А. Б. Штыкан

5 В199. Графическое дифференцирование некоторых тригонометрических функций. Бок Н. Б. «Тр. Казахск. с.-х. ин-та», 1960, 8, № 2, 41—49

Параметрически заданная функция

$$\begin{aligned} x &= r\,[k\cdot\sin\omega nt + \sin\omega(n-1)t], \\ y &= r\,[k\cos\omega nt + \cos\omega(n-1)t] \end{aligned} \qquad (1)$$

после преобразования ее к виду

$$\rho_t = \rho(t) = \sqrt{x^2+y^2} = r\sqrt{k^2+2k\cdot\cos\omega t+1} \qquad (2)$$

представляет собою формулу сложения векторов r и $r\cdot k$ составляющих угол ωt и, следовательно, легко изображается графиком в полярной координатной системе. Производная порядка m от функции (1), аналогично этому, приводится к виду

$$\rho_{tm} = \rho^{(m)}(t) = \\ = r\cdot\omega^m (n-1)^m \sqrt{k^2\left(\frac{n}{n-1}\right)^{2m} + \frac{2kn^m}{(n-1)^m}\cos\omega t + 1}. \quad (3)$$

Если положить $r_m = r\cdot\omega^m (n-1)^m$, $K_m = k\cdot n^m/(n-1)^m$, то формула (3) оказывается аналогичной по структуре формуле (2), и, следовательно, тоже может быть изображена графически, как указано выше. Рассмотрен пример определения этим способом и ускорений точки планетарно-кулисного механизма, а также аналогичные способы построения для некоторых других функций.

А. Б. Штыкан

5 В200. Синтез линейных схем. Графический метод приближенного решения задачи. Bown G. C. Linear network synthesis. Graphical method for the approximation problem. «Electron. Technol.», 1960, **37**, № 3, 122—126 (англ.)

Для нахождения дробно-рациональной аппроксимации физической схемы с заданной характеристикой применяется метод последовательных приближений. Он отличается тем, что является чисто графическим, если не считать завершающего численного процесса релаксации. Основным требованием, лежащим в основе метода, является сохранение постоянного соответствия между искомой рациональной функцией и физической характеристикой, представленной в терминах затухания и сдвига фаз. Так, если $\varphi(p)$ — рациональная функция, $A(\omega)$ — затухание в неперах, $B(\omega)$ — сдвиг фаз в радианах, то $-\log\varphi(p) = A(\omega) + iB(\omega)$. Для установления соответствия между функциями $A(\omega)$, $B(\omega)$ и $\varphi(p)$ используются полюсы и нули функции $\varphi(p)$. Так как $\varphi(p)$ есть рациональная функция относительно p, то её можно представить в виде:

$$\varphi(p) = H\frac{(p-p_{01})(p-p_{02})\ldots}{(p-p_{\infty 1})(p-p_{\infty 2})\ldots}, \quad (1)$$

где H — действительная положительная постоянная, p_{01}, $p_{02}, \ldots$ — нули, а $p_{\infty 1}$, $p_{\infty 2}, \ldots$ — полюсы функции $\varphi(p)$. Из (1) следует, что

$$A(\omega) = \log|p-p_{\infty 1}| + \log|p-p_{\infty 2}| + \ldots - \\ - \log|p-p_{01}| - \log|p-p_{02}| - \ldots - \log H,$$

$$B(\omega) = \arg(p-p_{\infty 1}) + \arg(p-p_{\infty 2}) + \ldots - \\ - \arg(p-p_{01}) - \arg(p-p_{02}) - \ldots,$$

так что характеристика, соответствующая, например, одному полюсу p_∞, может быть представлена как

$$\gamma = \alpha + i\beta, \quad (2)$$

где $\alpha = \log|p-p_\infty|$, $\beta = \arg(p-p_\infty)$. $A(\omega)$ и $B(\omega)$ строятся графически путем суммирования значений α и β, соответствующих отдельным полюсам и нулям. При этом первое приближение, как указывает автор, может быть основано на описанных в литературе по данному вопросу стандартных образцах для полюсов и нулей. При построении второго и последующих приближений исходным положением является условие аналитичности функций вида (2). Дана простая практическая схема последовательности построений, приводящих к решению задачи в целом. В разделе, посвященном процессу завершающей численной релаксации, предлагается строить операционную таблицу так, чтобы по возможности свести арифметическую работу к минимуму. Т. И. Назаренко

5 В201. Бесквадратурное номографирование обобщенной функции К. Я. Залтса. Вильнер А. А. «Zinātn. raksti. Latv. univ., Уч. зап. Латв. ун-т», 1959, **28**, 131—139

Дается инвариантное бесквадратурное решение методом условных производных задачи эффективной анаморфозы функций Залтса

$$\Phi \equiv F_1K_{23} + F_2L_{31} + F_3M_{12}, \quad (1)$$

а также обобщаются и уточняются соответствующие результаты Залтса. Рассмотрен случай непосредственной анаморфозы функции (1). Доказано, что решение получающейся при этом системы функциональных уравнений методом условных производных приводит к одному из шести коллинеарно-эквивалентных представлений Массо для уравнения $\Phi=0$. Получено необходимое и достаточное условие непосредственной анаморфизируемости функции (1). Обобщение результата Залтса заключается в абстрактности переменных и в отсутствии требования о дифференцируемости функции. Доказано, в частности, что любое уравнение $F(z_1; z_2; z_3)=0$ можно представить в форме (1), и указано простое построение определителя Массо для (1).

И. Ф. Шелихова

5 В202. Проблемы номографической интерпретации функций комплексного переменного и задачи Коши. Вильнер И. А. В сб. «Исслед. по соврем. пробл. теории функций комплексн. переменного». М., Физматгиз, 1960, 371—401

Работа посвящена (в основном) проблеме общей анаморфозы в двумерном и многомерном проективном пространстве и проблеме номографической интерпретации конечных и дифференциальных уравнений в проективных плоскостях, построенных над полем гауссовых чисел и алгебрами двойных и дуальных чисел Клиффорда. В § 2, при помощи введенных автором параметров $\bar{u}$ и v, вносящих упрощение выкладок, излагаются критерии общей анаморфозы, сформулированные им ранее в работе «Проблема анаморфозы», Докл. АН СССР, 1951, **77**, № 2, (подробный их вывод приведен в § 8). В § 3 приводится принципиальная схема решения проблемы общей анаморфозы уравнений в многомерном проективном пространстве. Автор последовательно применяет введенную им ранее идею стереоскопической номографии в пространстве и проводит линию возможно полной алгебраизации номографии (см., например, работу автора РЖМат, 1954, 2729, посвященную бесквадратурной анаморфозе; дифференцируемости при этом подходе не требуется). В § 4 дана геометрия, топология и номография трех проективных комплексных плоскостей в терминах геометрии вещественного линейчатого проективного пространства и идея синтеза номограмм — приборов. Конечные зависимости рассмотрены в § 5. В § 6, где дана геометрия номограмм функций комплексного переменного и номографический синтез соответствующих механизмов, изучается схема номографического (приближенного) решения задачи Коши для уравнений и систем с частными производными второго и высших порядков. Система Коши — Римана номографирована автором в ряде работ. Здесь указана задача и идея номографирования квазиконформных отображений. Доказан сформулированный автором принцип игнорирования критериев: номографическое решение задачи Коши становится точным, если данное дифференциальное уравнение точно номографируемо (ставить вопрос о номографическом решении задачи Коши имеет смысл лишь в том случае, когда она корректно поставлена). В § 8 доказана, в частности, теорема: номографируемость в малом с точностью до пятого порядка включительно (до 6-го) является следствием возможности удовлетворить в окрестности каждой неособенной точки известному критерию автора (§ 2) с точностью до малых первого порядка включительно.

Х. М. Коган

5 В203. Исправление в работе «Принцип инвариантности, распространение волн и WKB-аппроксимация. Bellman Richard, Kalaba Robert. Errata: Invariant imbedding, wave propagation, and the WKB ap-

proximation. «Proc. Nat. Acad. Sci. USA», 1958, **44**, № 9, 978 (англ.)

См. РЖМат, 1960, 9634.

5 В204. Способ графического интегрирования дифференциальных уравнений. Руубель А. «Eesti Põllumaj. Akad. teaduslike tööde koguteos, Сб. научн. тр. Эст. с.-х. акад.», 1955, № 1, 201—213

Предлагаемый способ представляет перенесение в графику известных численных методов решения дифференциальных уравнений Рунге и Адамса (могут привлекаться и другие методы). При этом используются различные параметрические линии, простые графики функций (шаблоны которых могут быть заготовлены заранее), графическое сложение и умножение, а также совмещение нескольких координатных систем. Рассматривается построение решения уравнения $F(x, y, y')=0$, когда легко конструируются параметрические линии такого уравнения, если взять параметры x, y или y'. Показана возможность расширения способа на решение уравнения типа $F[f(x), \varphi(y), \psi'(y')]=0$, если легко вычерчиваются графики функций $\xi=f(x)$, $\eta=\varphi(y)$, $\zeta=\psi(y')$ и параметрические линии уравнения $F(\xi, \eta, \zeta,)=0$ при параметре ξ или η, или ζ. Ю. Ф. Харкеевич

5 В205. Графо-численное интегрирование дифференциального уравнения резервуара, имеющего каплевидную форму, и графическое спрямление меридиональной кривой. Imecs M. Integrarea grafico-numerică a ecuației diferențiale a rezervorului în formă de pictură și rectificarea grafică a curbei meridiane. «Lucrări științ. Inst. politehn. Cluj.», 1959, 73—77 (рум.; рез. русск., франц.)

Под каплевидным резервуаром понимается поверхность, аналогичная той, которую принимает капля вязкой жидкости, лежащей на гладкой пластине. Дифференциальное уравнение, выражающее соотношение между размерами тонкой каплевидной поверхности и упругими силами, интегрируется графо-численным методом. Меридиональная кривая строится из дуг окружностей кривизны и затем кривая сглаживается с помощью дуг парабол. Такая параболическая интерполяция осуществляется графически. Ю. Ф. Харкеевич

5 В206. Графическое интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка в фазовой плоскости. Plainevaux J. E. Intégration graphique des équations différentielles du 1er ordre dans un plan de phases. «Bull. cl. sci. Acad. roy. Belg.», 1959, **45**, № 5, 470—484 (франц.)

Половина статьи является повторением описания графического способа интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, ранее опубликованного автором (РЖМат, 1960, 8319). Во второй половине этот метод прилагается к интегрированию кинетического уравнения из теории атомных реакторов с U_{235} и к уравнению внешней баллистики. Показано возможное уточнение результатов. Ю. Ф. Харкеевич

5 В207. Новый графоаналитический способ вычисления приращений координат, превышений и т. д. Петров М. П. Графоаналитичен начин и графоаналитични таблици за изчисляване на координатни разлики, превишения и др. «Годишник Минно-геол. ин-т», 1958—1959, **5**, № 3, 45—54 (болг.; рез. русск., нем.)

Излагается новый графоаналитический метод вычисления приращений координат, а также горизонтальных расстояний и превышений при тригонометрическом нивелировании с помощью составленных для этой цели таблиц и номограмм. Преимуществом данного метода и составленных на основании выведенных формул графоаналитических таблиц является возможность определения искомых величин тремя числами, а не четырьмя, как в существующих таблицах, что дает экономию времени на 30—35%; кроме того, просто и быстро осуществляются контрольные вычисления для висячих полигонов. Указывается, что особенно важное практическое значение имеют таблицы для вычисления приращений координат, горизонтальных расстояний и превышений при подземных съемках, когда длина стороны полигона не превышает 60 *м*. И. Ф. Шелихова

5 В208. Графический расчет переходных режимов методом директрис. Naslin Piere. Calcul graphique des régimes transitoires par la méthode des directrices. «Automatisme», 1959, **4**, № 12, 455—461 (франц.)

Идея метода директрис выясняется на графическом интегрировании уравнения $v=Ri+L\frac{di}{dt}$, которому в конечных разностях придается вид $\frac{v-R}{\Delta(Ri)}=\frac{L/R}{\Delta t}=\frac{\tau}{\Delta t}$. В выбранном масштабе строится равнобедренный треугольник с основанием Δt и высотой τ, так что наклон боковых сторон к основанию определяется тангенсом угла, равным $\pm\frac{2\tau}{\Delta t}$. Построение выполняется в двух системах координат. В первой системе проводится биссектриса координатного угла и затем из начала, подобно тому как это делается в методе М. Л. Франка, строится пилообразная ломаная, стороны зубьев которой параллельны сторонам ранее построенного треугольника и опираются на биссектрису. Стороны этих зубьев автор и называет директрисами. Так как зубья не представляют полностью треугольников, подобных основному треугольнику, то это вносит в метод погрешность второго порядка. Отрезок от вершины зубца до биссектрисы координатного угла дает в масштабе среднюю величину $v-Ri$ в интервале $\Delta(Ri)$. Если основание зубьев перенести с биссектрисы во вторую систему координат, то получится ряд точек экспоненциальной кривой, выражающей зависимость между Ri и t. В других случаях, рассмотренных автором, для получения кривой, выражающей искомую зависимость, во вторую систему координат переносятся вершины зубьев. Описанный метод применим ко всем дифференциальным уравнениям первого и второго порядков (уравнение второго порядка приводится к системе двух уравнений первого порядка), если в конечных разностях уравнение можно привести к равенству двух отношений. Ю. Ф. Харкеевич

5 В209. Новый способ графоаналитического определения критических сил при продольном изгибе. Попов А. А. В сб. «Расчеты на прочность». Вып. **4**. М., Машгиз, 1959, 243—269

Графоаналитический метод ортогональных фокусов автора применяется к нахождению критических сил при продольном изгибе прямых стержней постоянного и переменного сечений. Рассмотрены различные случаи действия сосредоточенных и распределенных нагрузок. Возможно решение более сложных задач: расчеты на устойчивость стержней в упругой среде, расчеты неразрезных балок, рамных конструкций и др. Описанный метод автор рекомендует к широкому применению в конструкторских бюро. Ю. Ф. Харкеевич

5 В210. О корректном определении ранга номографического полинома и о непрерывности и дифференцируемости обобщенных номографических полиномов. Wojtowicz J. Über die korrekte Definition des Ranges eines nomographischen Polynoms und über die Stetigkeit und die Differenzierbarkeit der verallgemeinerten nomographischen Polynome. «Ann. polon. math.», 1960, **8**, № 2, 177—183 (нем.)

Вводится понятие приведенного номографического полинома. Доказывается, что каждый номографический полином может быть приведен без увеличения числа слагаемых. В качестве ранга данного номографического полинома принимается ранг соответствующего приведенного. К номографическим полиномам применяются общеизвестные теоремы о непрерывности и дифференцируемости неявных функций. Г. Е. Джемс-Леви

5 В211. О разрешающих системах уравнения с аноморфозой. Николаев П. В. «Изв. высш. учебн. заведений. Математика», 1959, № 1, 145—155

Рассматривается тождество

$$\psi_1(t_2, t_3)\,\psi_2(t_3, t_1)\,\psi_3(t_1, t_2)\,F(t_1, t_2, t_3) = \\ = |f_{i1}(t_1);\ f_{i2}(t_2);\ f_{i3}(t_3)|.$$

Вводится «разрешающая система» функций $A_1 = F^{001}F^{012}F^{023}$, $A_2 = -F^{001}F^{013}F^{022}$ и т. д. и изучаются некоторые ее свойства. Г. Е. Джемс-Леви

5 В212. Номографическое определение относительного положения близкого спутника Земли и его наблюдателя. Wilson Raymond H., Jr. Nomographic solutions for position relations between a close Earth satellite and its observer. «Amer. Math. Monthly», 1959, **66**, № 5, 393—401 (англ.)

Несколько номограмм из выравненных точек для вычисления различных координат близкого спутника Земли по известным формулам. Г. Е. Джемс-Леви

5 В213. О двойных сетчатых номограммах высокой точности. Simokawa Yakiti. On the high precision double network charts. «Proc. 7th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., 1957. Tokyo, Gakujutsu bunken fukyu-kai», 1958, 307—312 (англ.)

Рассматривается применение проективного и аффинного преобразования для увеличения точности прямолинейного абака Массо уравнения с 4 переменными. Критерии точности отсутствуют. Г. Е. Джемс-Леви

5 В214. Сетки нулевого растяжения и применение их к проективному преобразованию номограмм. Наурзбаев Ж. «КазССР Ғылым Акад. хабаршысы, Вестн. АН КазССР», 1960, № 7, 91—94 (рез. каз.)

Исследуются сетки нулевого растяжения для конечных проективных преобразований номограмм вида

$$x_1 = \frac{(1-p)x}{1-p+py};\quad y_1 = \frac{y}{1-p+py},$$

((x,y) и (x_1,y_1) — координаты точек плоскости до и после преобразования в одной и той же системе координат), с помощью которых можно судить о качественном характере и величине деформации данного элемента. Этот элемент при таких преобразованиях зависит от его координат, направления x'_y и параметра p. Даются применения полученных результатов к оценке погрешности вычислений по проектируемым номограммам в процессе их преобразования. И. Ф. Шелихова

5 В215. О невыпрямляемых сплетениях. Айзенштат Н. Д., Вайнштейн И. А., Крейнес М. А. «Тр. Моск. матем. о-ва», 1960, **9**, 537—561

Исследуются сплетения, т. е тройки семейств кривых в плоской области, обладающие некоторыми простыми свойствами. Рассматривается вопрос о выпрямляемости сплетения, состоящего из линий уровня некоторой монотонной по каждой из переменных, непрерывной в некоторой области функции $z=f(x, y)$ и прямых $x=\text{const}$ и $y=\text{const}$, равносильный вопросу о номографируемости функции $z=f(x, y)$ в этой области. На основании доказанной теоремы о трех шестиугольниках строится пример функции $z=f(x, y)$, определяющей сплетение не только не выпрямляемое, но и обладающее тем свойством, что все достаточно близкие к нему сплетения также являются невыпрямляемыми. Следовательно, показано, что все достаточно близкие к функции $z=f(x, y)$, монотонные по каждой из переменных непрерывные функции не номографируемы. И. Ф. Шелихова

5 В216. Номографическое решение уравнений 4-й степени. Stammberger A. Nomographische Auflösung von Gleichungen 4. Grades. «Wiss. Z. Hochschule Elektrotechn. Ilmenau», 1959, **5**, № 2-3, 121—124 (нем.; рез. русск., англ., франц.)

Рассматривается решение уравнений 4-й степени при помощи номограммы Вурцфельда (РЖМат, 1961, 1В302). Предлагается другое решение, при котором данное уравнение $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ разбивается на два: 1) $x^2+ax+z=0$, 2) $z=b+\frac{c}{x}+\frac{d}{x^2}$, для которых строятся номограммы из выравненных точек. Решение производится методом последовательных приближений. Приводится номограмма из выравненных точек для уравнения $x^4+cx-d=0$. Г. Е. Джемс-Леви

5 В217. О приближенной номографии. I. Aumann Georg. Über approximative Nomographie. I. «Sitzungsber. Bayer. Akad. Wiss. Math.-naturwiss. Kl. 1958. München», 1958, 137—155 (нем.)

Обсуждается общая постановка вопроса о критериях номографируемости. Номограмма по своей сути является инструментом для приближенного решения уравнений. В связи с этим, естественно, условия номографируемости следует выражать в форме условий, которым должна удовлетворять допустимая погрешность. Пусть $\Phi = R(M, D)$ — множество всех функций определенных в области D, которые представимы в точном смысле посредством номограммы типа M (из выравненных точек, гексагональной и т. п.). Задачей является определение степени точности (в каком-либо определенном смысле), с которой данная функция f может быть аппроксимирована в области D посредством φ из Φ. Требуется также найти алгоритм для нахождения функции φ, дающей наименьшую погрешность. Далее автор рассматривает конкретную задачу о наилучшем выборе системы чисел x_i, y_k, дающей минимальное значение величине $\max|a_{ik}-(x_i+y_k)|$ для таблицы $|a_{ik}|$ с двумя входами. Приводится алгоритм решения и доказывается, что конечное число шагов приводит к отысканию чисел x_i, y_k. Приводится также итерационный метод получения лучшего, в некотором смысле, решения. Г. Е. Джемс-Леви

5 В218. О приближенной номографии. II. Aumann Georg. Über approximative Nomographie. II. «Sitzungsber. Bayer. Akad. Wiss. Math.-naturwiss. Kl. 1959. München», 1960, 103—109 (нем.)

Часть I см. реф. 5 В217. Метод предыдущей работы распространяется на непрерывные функции. Требуется аппроксимировать наилучшим в смысле Чебышева, образом данную функцию $F(x, y)$, заданную на единичном квадрате $Q=\{(x, y): 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\}$ при помощи двух непрерывных функций, заданных на единичных отрезках $X=\{x: 0\leqslant x\leqslant 1\}$ и $Y=\{y: 0\leqslant y\leqslant 1\}$ Рассматривая погрешность аппроксимации как функцию $g(x, y)$, автор показывает, что норма $\|g\| = \max\{|g(x,y)|: (x,y)\in Q\}$ будет наименьшей для функции, обладающей свойством

$$\min\{g(x, y): x\in X\} = -\max\{g(x, y): x\in X\},$$
$$\min\{g(x, y): y\in Y\} = -\max\{g(x, y): y\in Y\}.$$

Для построения такой функции применяется сходящийся процесс симметризации посредством альтернирования.

Г. Е. Джемс-Леви

5 В219. Некоторые геометрические свойства номографируемых уравнений. Бахвалов С. В. «Докл. АН СССР», 1960, **133**, № 2, 258—260

Получены важные для построения дифференциально-геометрической теории номографируемых уравнений результаты. Показано, что если номографируемая функция $w=f(u, v)$ удовлетворяет следующим условиям: 1) $f(u, v)$ определена при любых значениях u, v некоторой окрестности g точки $u_0 v_0$; 2) в g функция $f(u, v)$ и ее производные до второго порядка включительно непрерывны; 3) $\partial f(u, v)/\partial v \neq 0$ при $u=u_0,\ v=v_0$, — то условие Гронвалла есть условие того, что любые значения $(u, v)\subset g$ и производная $dv/du=-f_u/f_v$, определяемая из уравнения $f(u, v)=c$, удовлетворяют дифференциальному уравнению геодезических. И. Ф. Шелихова

5 В220. Некоторые актуальные тенденции в численном анализе. Blanc Charles. Quelques tendances actuelles en analyse numérique «Enseign. math.», 1959 (1960), **5**, № 4, 236—245 (франц.)

Дан общий обзор исследований по ряду вопросов численного анализа: решение систем алгебраических уравнений, нахождение собственных значений матриц, погрешности округления, теория представления и приближения функций, теория игр. Для современного численного анализа характерны широкое применение методов функционального анализа и связь с различными областями математики, с самыми разнообразными математическими теориями (например, проблема минимакса, линейные неравенства, вопросы алгебраической геометрии и др.). Подчеркивается, что одной из центральных задач численного анализа является табулирование функций. Д. Б. Тополянский

5 В221. Некоторые аспекты проблемы точности в численном анализе. Popoviciu Tiberiu. Certains aspects du problème de la précision dans les calcules numériques. «Bull. math. Soc. sci. math. et phys. RPR», 1957, **1**, № 4, 473—478 (франц.)

Дан обзор вопросов численного анализа, являющихся предметом исследований Клужского филиала Академии наук Румынской Народной Республики. Автор рассматривает две схемы приближений численного анализа

$$A[f] \approx B[f] \quad (1)$$

и

$$A[f] \approx A[\varphi] \quad (2)$$

с различными структурами функционалов. При этом схема (1) имеет вид (2), если $\varphi(x) = \Phi[f \mid x]$ (например, $\varphi(x)$ — интерполяционный многочлен Лагранжа относительно функции f с данными узлами $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$; $\varphi(x) = L(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}; f \mid x)$). Тогда можно принять $B[f] = A[\Phi[f \mid x]]$. Исследуется вопрос об оценке погрешности $R[f] = A[f] - B[f]$. Замечания относительно структуры остатка $R[f]$ иллюстрируются на примерах (метод Рунге — Кутта, формулы механических квадратур и др.). Библ. 11 назв. Д. Б. Тополянский

5 В222. О применении математики в агрономии. Подтягин М. Е. «Тр. Кубанск. с.-х. ин-та», 1958, вып. 4(32), 243—281

Работа имеет методический характер и предназначена для специалистов по сельскому хозяйству. В элементарной форме формулируются правила приближенных вычислений, основанные не на оценке максимальных погрешностей, а на теоретико-вероятных оценках. Такой подход оказывается более приспособленным к нуждам сельскохозяйственной практики, что иллюстрируется на многочисленных примерах. Х. М. Коган

5 В223. Некоторые вопросы вычислительной математики. Люстерник Л. А., Соболев С. Л. «Вестн. АН СССР», 1960, № 10, 23—31

Краткий обзор некоторых наиболее современных направлений в вычислительной математике.

5 В224 К. Математическая обработка опытных данных. Головейко А. Г. Минск, Белорусск. политехн. ин-т, 1960, 116 стр., илл. 6 р. 20 к.

5 В225 К. Выбор вида и нахождение параметров эмпирической формулы. Учебн. пособие. Успенский А. К. Моск. экон. ин-т, М., 1960, 75 стр., илл., 3 р.

Рассмотрены вопросы математического выражения зависимости между двумя и тремя переменными, значения которых получены экспериментальным путем. Некоторые вопросы в данной работе, как-то: метод выбора эмпирической формулы с двумя и тремя переменными, нахождение параметров способом минимакса, до сих пор не были освещены в литературе. По-новому изложен метод интерполирования с тремя переменными. Показаны приложения теории к решению ряда задач из области экономики и техники. Из резюме автора

5 В226 К. Номограммы для гидравлического расчета лотков и каналов. Лаптева Д. Г. М., Вычисл. центр АН СССР, 1960, 15 стр., илл., 4 р. 30 к.

Описывается методика построения номограмм для решения одним наложением линейки системы уравнений

$$Q = (bh + mh^2)v, \quad v = C\sqrt{Ri}, \quad \varkappa = b + 2h\sqrt{1 + m^2}.$$

К работе приложены 38 однотипных номограмм, построенных при фиксированных значениях параметров m, n и $0{,}1 \leqslant h \leqslant 1{,}5$; $0{,}001 \leqslant i \leqslant 0{,}03$. Каждая номограмма состоянии из четырех шкал для переменных $\varkappa$, h, Q, i, причем шкалы $\varkappa$ и h — сдвоенные. Номограммы дают возможность определить любые три величины из $\varkappa$, h, Q, i, v по двум заданным, путем одного наложения линейки. М. К. Керимов

5 В227 К. Номография. Levens A. S. Nomography. 2nd ed. New York, John Wiley and Sons, Inc.; London, Chapman and Hall, Ltd, 1959, viii, 296 pp., ill. (англ.)

5 В228 К. Численное интегрирование дифференциальных уравнений. Bennett Albert A., Milne William E., Bateman Harry. Numerical integration of differential equations. New York, Dover, 1956, 108 pp. (англ.)

Книга состоит из 4 глав, первые две главы написаны Беннеттом, третья — Милном, последняя — Бейтманом. В гл. 1 «Интерполяционный многочлен» после некоторых общих определений в рассмотрение вводятся интерполяционные полиномы Лагранжа, Ньютона, Ньютона—Стирлинга, Ньютона—Бесселя, Эверетта; производные от интерполяционных полиномов (Ньютона, Грегори—Ньютона, Ньютона—Стирлинга) и интегралы от интерполяционных полиномов (формулы Грегори, Гаусса—Энке, Эйлера—Маклорена, Ньютона—Котеса, Стеффенсена). В заключение даны некоторые практические рекомендации относительно использования интерполяционных полиномов. В гл. 2 «Последовательные приближения» изложена история применения итерационных методов в математике, вообще, и в теории дифференциальных уравнений, в частности. В гл. 3 «Метод интегрирования по шагам» изложены следующие методы численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка: метод рядов Тейлора, методы, использующие разности (Адамса, Мултона), методы, использующие ординаты (Стеффенсена, Милна), метод Рунге-Кутта. Некоторые из этих методов распространяются на системы дифференциальных уравнений первого порядка и на дифференциальные уравнения высшего порядка. В гл. 4 «Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных» обсуждаются в основном три метода решения — разностный, Ритца и наименьших квадратов. Изложение всех глав носит конспективный характер, причем каждая глава снабжена обширнейшей библиографией. Н. Я. Лященко

5 В229 К. Матричное исчисление. Bodewig E. K. Matrix calculus. 2 nd. rev. and enlarg. ed. Amsterdam, North-Holl. Publ. Co., 1959, XI, 452 pp. (англ.)

Во второе издание (первое издание см. РЖМат, 1957, 7646 К) книги добавлены новые методы численного решения задач линейной алгебры, которые были разработаны после выхода в свет первого издания (результаты Ланцоша, Рутисхаузера, Уилкинсона и автора). В конце книги добавлена соответствующая литература (теперь она содержит 125 названий). М. К. Керимов

5 В230 К. Задачник-практикум по теории и практике вычислений (Элементарная математика). Виноградова А. А., Панин И. С., Фридман Л. М., Щербаков О. А. М., Учпедгиз, 1960, 116 стр., илл., 1 р. 60 к.

5 В231 К. Численное решение дифференциальных уравнений. Collatz Lothar. The numerical treatment of differential equations. 3 rd. ed. Transl. from 2nd Germ. ed. Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer, 1960, XVI, 568 pp., ill., 98 DM (англ.)

См. РЖМат, 1956, 1685.

5 В232 К. Математическая обработка наблюдений. (Учебн. пособие для механ.-матем. и физ.-матем. фак.

ун-тов). Щиголев Б. М. М., Физматгиз, 1960, 344 стр., илл., 8 р. 70 к.

Книга написана по программе курса «Математическая обработка наблюдений» для студентов астрономической специальности механико-математических и физико-математических факультетов университетов. Сравнительно обширная (344 стр.), по сравнению с подобными руководствами, книга состоит из 5 частей, 19 глав и 109 параграфов. Название частей и соответствующим им глав следующие: Часть 1. Действия с приближенными числами. 1) Оценка ошибок приближенных чисел. 2) Погрешности результатов основных арифметических действий. 3) Оценка ошибки функции приближенных аргументов. Часть 2. Точечное интерполирование. 4) Общие сведения. 5) Интерполирование по таблице с переменным шагом. 6) Интерполирование по таблице с постоянным шагом. Часть 3. Сведения по теории вероятностей. 7) Случайные события; основные понятия и теоремы. 8) Задача о повторении испытаний. 9) Дискретные случайные величины. 10) Закон больших чисел. 11) Непрерывные случайные величины. 12) Распределение совокупности двух непрерывных случайных величин. Часть 4. Основы теории случайных ошибок измерений (способ наименьших квадратов). 13) Общие сведения об ошибках измерений. 14) Обработка равноточных измерений определенной величины. 15) Обработка неравноточных измерений определенной величины. 16) Определение нескольких неизвестных из уравнений по способу наименьших квадратов. 17) Эмпирические формулы. Часть 5. Обработка статистического материала. 18) Обработка одномерной статистической совокупности. 19) Элементарная теория корреляции двух величин.

5 В233 Д. Графическое и механическое построение плоских кривых. Мишагин В. И.— Автореф. дисс. канд. техн. н., Уральский политехн. ин-т, Свердловск, 1960

5 В234 Д. Автоматизация вычислительного процесса при определении координат места судна в море. Денисов К. Н.—Автореф. дисс. канд. техн. н., Ленингр. высш. инж. морск. уч-ще, Л., 1960

ТАБЛИЦЫ

5 В235. Таблицы значений модифицированных функций Матье. Kirkpatrick E. T. Tables of values of the modified Mathieu functions. «Math. Comput.», 1960, 14, № 70, 118—129 (англ.)

Применение метода разделения переменных к волновому уравнению (или к уравнению электрической или термической диффузии), выраженному в эллиптических координатах, приводит к двум каноническим формам уравнения Матье:

$$\frac{d^2y}{du^2} + (a - 2q\cos 2u)\,y = 0, \quad \frac{d^2y}{du^2} - (a - 2q\operatorname{ch} 2u)\,y = 0.$$

Второе уравнение называется модифицированным уравнением Матье. Его периодические решения, согласно принятым обозначениям, имеют вид:

$$y = Ce_{2n}(u, q) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \cdot \operatorname{ch}(2ru),$$

$$y = Ce_{2n+1}(u, q) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cdot \operatorname{ch}(2r+1)u,$$

$$y = Se_{2n+1}(u, q) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)} \cdot \operatorname{sh}(2r+1)u,$$

$$y = Se_{2n+2}(u, q) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{(2n+2)} \cdot \operatorname{sh}(2r+2)u$$

и носят название модифицированных функций Матье. Для каждого из этих четырех типов решений в работе приведены соотношения для вычисления собственных значений a_{2n+p} ($p = 0$ и 1), b_{2n+s} ($s = 1$ и 2) и соответствующих им коэффициентов $A_{2r+p}^{(2n+p)}$ и $B_{2r+s}^{(2n+s)}$. Приведены также условия нормирования модифицированных функций Матье. Таблицы 1—12, помещенные в работе, содержат значения функций $Ce_{2n}(u, q)$, $Ce_{2n+1}(u, q)$, $Se_{2n+1}(u, q)$, $Se_{2n+2}(u, q)$ для $u = 0{,}1\,(0{,}1)\,1{,}0$, $q = 1\,(1)\,10\,(2)\,20$, $n = 0, 1, 2$. Эти таблицы выполнены в основном на 5 значащих цифр, причем число десятичных не более пяти. Коэффициенты $A_{2r+p}^{(2n+p)}$ ($p = 0$ и 1) и $B_{2r+s}^{(2n+s)}$ ($s = 1$ и 2) при вычислении сравнивались на семь значащих цифр со значениями, взятыми из существующих таблиц. Вычисления производились на машине ИБМ-650 по специальной программе, которая будет опубликована отдельно. В. М. Беляков

5 В236. Табулирование функции $\exp X^2 \operatorname{erfc} X$. Sunderland J. E., Grosh R. J. A tabulation of the function $\exp X^2 \operatorname{erfc} X$. «Trans. ASME», 1960, C 82, № 1, 75—76 (англ.)

Сообщение о вновь составленных таблицах функции $f(X) = \exp X^2 \operatorname{erfc} X$, где $\operatorname{erfc} X = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_X^{\infty} \exp(-u^2)du$. Таблицы составлены для значений X, заключенных в интервале $0{,}10\,(0{,}01)\,7{,}00$. Табличные значения содержат до 6 значащих цифр. Предложены также следующие вычислительные формулы:

$$f(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1\cdot 3}{2^2x^4} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-3)}{2^{n-1}x^{2n-2}}\right],$$

для $x > 7{,}00$;

$$f(x) = \exp(x^2)\left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}x\right], \text{ для } x < 0{,}10.$$

Дана краткая характеристика существующих таблиц функции $f(X)$. Ю. Барабошкин

5 В237. Таблицы для вычисления решетчатых сумм. Rabinowitz Philip, Weiss George. Tables for the calculation of lattice sums. «J. Chem. Phys.», 1960, 33, № 4, 1272—1273 (англ.)

В теории физики кристаллов встречаются суммы вида

$$S_p^{kmp}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{j_1, j_2, j_3 = -\infty}^{\infty} [j_1^k j_2^m j_3^n/(j_1^2 + j_2^2 + j_3^2)^p \times \exp[i\pi(j_1x_1 + j_2x_2 + j_3x_3)], \quad (1)$$

где члены с $j_1 = j_2 = j_3 = 0$ опускаются. Автор записывает сумму (1) следующим образом:

$$S_p^{kmn}(x_1, x_2, x_3) = \Gamma(p)^{-1}\int_0^{\infty} t^{p-1}U(x_1, t)\,U(x_2, t)\,U(x_3, t)\,dt,$$

где, например,

$$U(x_1, t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} r^k \exp[i\pi r x_1 - r^2t^2]. \quad (2)$$

Для вычисления значений функций типа (2) протабулированы с шестью значащими цифрами для $x = 0\,(0{,}05)\,1$ суммы

$$\sum_{j=1}^{\infty} j^k \exp(-j^2t)\cos\pi jx,$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} (2j)^k \exp(-(2j)^2t)\cos\pi 2jx$$

и еще аналогичные им четыре суммы. В. К. Саульев

5 В238. Вычисление интеграла Френкеля. Boersman J. Computation of Fresnel integrals. «Math. Comput.», 1960, **14**, № 72, 380 (англ.)

Приведены с 9 десятичными знаками значения коэффициентов a_n, b_n, c_n и d_n в выражениях

$$f(x) \approx e^{-ix}\sqrt{x/4}\sum_{n=0}^{11}(a_n + ib_n)(x/4)^n, \qquad (1)$$

$$f(x) \approx \frac{1-i}{2} + e^{-ix}\sqrt{\frac{4}{x}}\sum_{n=0}^{11}(c_n + id_n)(4/x)^n, \qquad (2)$$

аппроксимирующих в областях соответственно $0 \leqslant x \leqslant 4$ и $x \geqslant 4$ интеграл $f(x) = \int_0^x \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}}\,dt$. Максимальная ошибка равна $1{,}6\cdot10^{-9}$ для (1) и $0{,}5\cdot10^{-9}$ для (2).

В. К. Саульев

5 В239. Значения интегралов $\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left(\frac{\sin t}{t}\right)^n dt$.

Harumi Kasaburo, Katsura Shigetoshi, Wrench John W., Jr. Values of $\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left(\frac{\sin t}{t}\right)^n dt$. «Math. Comput.», 1960, **14**, № 72, 379 (англ.)

Приведена десятизначная таблица значений

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left(\frac{\sin t}{t}\right)^n dt = \frac{1}{2^{n-1}\Gamma(n)}\sum_{p=0}^{[(n-1)/2]}(-1)^p\binom{n}{p}(n-2p)^{n-1}$$

для $n = 1(1)30$.

5 В240. Некоторые добавления к книге «Таблицы для решения уравнения Лапласа в эллиптических областях». Взорова А. И. «Вычисл. математика», сб. 6, 1960, 114—117

Автор указывает на возможность использования упомянутых таблиц для решения в эллиптических областях задачи Неймана, первой и второй основных задач теории упругости. Я. И. Алихашкин

5 В241. О табулировании многочленов. Falk S. Zur Tabulierung von Polynomen. «Z. angew. Math. und Mech.», 1960, **40**, № 5-6, 275 (нем.)

Указывается на уменьшение объема вычислительной работы при табулировании на некотором данном отрезке $[x_1, x_n]$ многочлена $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a$, если его предварительно представить в виде $P(x) = p_1(x^2) + xp_2(x^2)$. Приняв середину данного отрезка за нулевую точку, воспользовавшись схемой Горнера, автор применяет затем формулу $P(\pm x) = p_1(x^2) \pm xp_2(x^2)$. Приближенные значения действительных корней многочлена можно найти графически, исходя из того, что

$$q(x^2) \equiv \frac{p_1(x^2)}{p_2(x^2)} = \mp x.$$

Д. Б. Тополянский

5 В242 К. Десятизначные таблицы синуса и косинуса для первого квадранта в градовом разбиении. Faucher Clovis. Tables trigonométriques contenant les valeurs naturelles des sinus et des cosinus de centigrade en centigrade du quadrant avec dix décimales. Paris, Gauthier-Villars, 1957, 51 pp., 500 fr. (франц.)

Приведены значения sin x и cos x с десятью знаками для $x = 0$ (10^c) 50γ вместе с первыми разностями.

5 В243 К. Таблицы полиномов Лежандра $P_n(\cos\theta)$ для $n = 0(1)80$ и $\theta = 0°(1°)180°$. Clark George C., Churchill Stuart W. Tables of legendre polynomials Pn (cos 0), for $n = 0(1)$ 80 and $\theta = 0°(1°)$ 180°. Ann. Arbor. Univ. Mich. Engng Res. Inst., 1957, IX, 92 pp. (англ.)

Необходимость составления данных таблиц была вызвана конкретными физическими задачами, решения которых содержат полиномы Лежандра. Характеристики таблиц: $n = 0(1)80$, $\theta = 0°(1°)180°$; значения функций приведены с шестью десятичными знаками, все знаки точные (таблицы были составлены с семью десятичными знаками, и округлены до шести). Вычисления проведены на машине MIDAC. Книга издана фотоофсетным способом. Библ. 11 назв. М. К. Керимов

5 В244 К. Таблицы коэффициентов углового распределения светорассеяния сферой. Chu Chiao-Min, Clark George C., Churchill Stuart W. Tables of angular distribution coefficients for light- scattering by spheres. Engineering Research Institute, University of Michigan Press, Ann. Arbor, Mich., 1957, XV+58 pp., 3 00 doll. (англ.)

Таблицы дают пятизначные значения коэффициентов a_n, как функций α и m для $m = 0{,}9$; 0,93; 1,05 (0,05) 1,3; 1,33; 1,4; 1,44; 1,5 (0,05) 1,6; 2; ∞ и $\alpha = 1$ (1) 6 (2) 10 с некоторыми опущениями и несколько дополнительных значений с $\alpha = 15(5)30$. J. C. P. Miller

Из Math. Revs, 1958, **19**, № 6.

5 В245 К. Таблица коэффициентов для получения вторых производных без разностей. Salzer Herbert E., Roberson Peggy T. Table of coefficients for obtaining the second derivative without differences. Convair-Astronautics, San Diego, Calif., 1957, VII+25 pp. (англ.)

Эта таблица дает точные значения коэффициентов $A_i^{(n)}(p)$ в формуле

$$f^n(x + ph) = \frac{1}{h^2 A(n)}\sum_{i=-\left[\frac{n-1}{2}\right]}^{i=\left[\frac{n}{2}\right]} A_i^{(n)}(p)\,f(x + ih) + R_n(x)$$

для $p = -2(0{,}01)2$ $(n = 5)$; $p = -2(0{,}01)3$ $(n = 6)$; $p = -3(0{,}01)3$ $(n = 7)$; $p = -3(0{,}1)4$ $(n = 8)$ и $p = -4(0{,}1)4$ $(n = 9)$.

Из Math. Revs, 1958, **19**, № 6.

5 В246 К. Таблица $(\sin x)/x$. Reynolds George E. Table of $(\sin x)/x$. Electronics Research Directorate, Air Force Cambridge Research Center, Bedford, Mass., March, 1957, III+205 pp. (англ.)

Эта таблица дает $(\sin x)/x$ с восемью десятичными знаками для $x = 0$ (0,001) 49,999 и имеет краткое введение. Интерполяция не рассмотрена. Эта таблица дополняет «Таблицы функции $(\sin\varphi)/\varphi$ и ее первых одиннадцати производных», Harvard Univ. Press, 1949. Она дает девять знаков для $\varphi = 0(0°{,}5)3599°5$; φ, конечно, выражается в радианах, когда вычисляются значения функции. J. C. P. Miller

Перевод из Math. Revs, 1958, **19**, № 6.

5 В247 К. Таблица полных эллиптических интегралов. Taylor E. A. Kennedy J. M. Table of complete elliptic integrals. Atomic Energy of Canada Ltd., Rep. № 296, Chalk River, Ont., February, 1956, III+10 pp. (англ.)

Шестизначная таблица полных эллиптических интегралов K и E, как функций k^2 с интервалом 0,001. Большая часть таблицы $(0{,}010 < k^2 < 0{,}900)$ получена при помощи интерполирования восьмизначных таблиц «Jacobian elliptic function tables, Dover, New York, 1950».

L. M. Milne-Thomson

Перевод из Math. Revs, 1958, **19**, № 6

5 В248 К. Тригонометрические таблицы и таблицы для нанесения кривых (железнодорожные пути, дороги, каналы). Gaunin J., Houdaille L., Bernard A. Tables trigonométriques et tables pour le tracé des courbes (chemin de fer, routes, canaux). Paris, Dunod, 1956, XLIII, 184 p., ill.)

5 В249 К. Таблицы натуральных логарифмов. Т. I. Логарифмы чисел от 0 до 5. Обработка таблиц и перев.

с англ. Л. С. Барк. М., Вычисл. центр АН СССР, 1960, XVI, 502 стр., 25 р. 25 к.

5 В250 К. Таблицы натуральных логарифмов. Т. 2. Логарифмы чисел от 5 до 10. Обработка таблиц и перев. с англ. Л. С. Барк. М., Вычисл. центр АН СССР, 1960, XVI, 507 стр., 25 р. 40 к.

5 В251 К. Таблицы функций Ломмеля от двух переменных. Dekanosidze E. N. Tables of Lommel's functions of two variables. Transl. from the Russ. Oxford—London—New York—Paris, Pergamon Press, 1960, viii, 492 pp., £77 sh. (англ.)

Перевод с русского, РЖМат, 1957, 8305К.

5 В252 К. Таблицы ln Γ (z) в комплексной области. Abramov A. A. Tables of ln Γ [z] for complex argument, Transl. from the Russ. Oxford—London—New York—Paris, Pergamon Press, 1960, 331 pp., £5 5 sh. (англ.)

Перевод с русского, РЖМат, 1955, 2416.

5 В253 К. Таблицы семизначных логарифмов. (Набрано с 65 стереотипн. изд.). Вега Г. М., Геодезиздат, 1960, 560 стр., 31 р.

Основное содержание книги составляют: 1) таблицы семизначных мантисс обыкновенных логарифмов чисел от 1000 до 100009, 2) таблицы логарифмов синусов и тангенсов для 0° (1″) 5° и 3) таблицы логарифмов тригонометрических функций (синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов) для 0° (10″) 90°. Имеются вспомогательные таблица перевода натуральных логарифмов в обыкновенные и обратно и таблица перевода градусов в радианы и обратно. В. К. Саульев

5 В254 К. Математические таблицы. Haselgrove C. B. Mathematical tables. Cambridge, Univ. Press, 1960. Vol. 6. Tables of the Riemann zeta function. xxiii, 80 pp., 50 sh. Vol. 7. Bessel functions. Part 3. Zeros and associated values. Ed. Oliver F. W. lx, 79 pp., 50 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 553, 11 (англ.)

5 В255 К. Логарифмические таблицы. Schlömilchu O., Majcenu J. Logaritamske tablice. 8 izd. Zagreb, «Školska knjiga», 1960, 212 s. «Bibliogr. Jugosl», 1960, **11**, № 4, 176 (сербо-хорв.)

5 В256 К. Пятизначные логарифмические таблицы. Gaus F. G. Logaritamske tablice sa pet decimala. Prev. Sarajevo, «Veselin Masleša», 1959, 182, XXX s. «Bibliogr. Jugosl.», 1960, **11**, № 4, 176 (сербо-хорв.)

5 В257 К. Четырехзначные логарифмы чисел. Beyrodt Gustav, Küstner Herbert. Vierstellige Logarithmen. Zahlen, Werte, Formeln. Durchges, Neuaufl. Berlin, «Volk und Wissen», 1960, 76 S., ill., 1.65 DM. «Dtsch. Nationalbibliogr.», 1960, **A**, № 30, 2013 (нем.)

5 В258 К. Семизначные логарифмы чисел от 1 до 100 000. Schreckenberg W. Siebenstellige Logarithmen der Zahlen von 1 bis 100 000. Düsseldorf, Triltsch, 1960, 170 S., 12.50 DM. «Dtsch. Nationalbibliogr.», 1960, **A**, № 28, 1893 (нем.)

5 В259 К. Четырехзначные логарифмические и другие таблицы, применяемые при преподавании и на практике. Erlang A. K. Fircifrede logaritmetavler og andre regnetavler til brug ved undervisning og i praksis. Udg. B. 17. opl. S. l., Gad., 1959, 20 s., 2,50 kr. «Danske bogmarked», 1960, **106**, № 19, 373 (датск.)

5 В260 К. Таблицы семизначных логарифмов. (Фотоцинкография с 65-го стереотипного издания). Вега Г. М., Геодезиздат, 1954, 560 стр., илл., 31 руб.

5 В261 К. Таблицы функций Эйри и специальных вырожденных гипергеометрических функций для асимптотических решений дифференциальных уравнений второго порядка. Smirnov A. D. Tables of Airy functions and special confluent hypergeometric functions for asymptotic solutions of differential equations of the second order. Transl. from the Russ. Oxford — London — New York — Paris, Pergamon Press, 1960, viii, 260 pp., ill., £5 (англ.)

Перевод с русского (РЖМат, 1957, 1865 К).

5 В262 К. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Collatz Lothar. Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych. Tłum. z niem. Warszawa, PWN, 1960, 584 s., il., 70 zł. «Przew. bibliogr.», 1960, **16**, № 9, 112 (польск.)

5 В263 К. Математические таблицы. Том 3. Таблицы обобщенных показательных интегралов. Miller G. F. Mathematical tables. Vol. 3. Tables of generalized exponential integrals. London, H. M. S. O., 1960, iii, 43 pp., 7 sh. 6 d. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 553, 11 (англ.)

5 В264 К. Таблица молекулярных интегралов. Kotani Masao, Amemiya Ayao, Ishiguro Eiichi, Kimura Tôsaku. Table of molecular integrals. Maruzen Co., Ltd., Tokyo, 1955, vi + 230 pp. 7.50 doll. (англ.)

5 В265 К. Таблица интегралов. Часть 1. Неопределенные интегралы. Gröbner Wolfgang, Hofreiter Nikolaus. Integraltafel. 1. Teil. Unbestimmte Integrale. 2 verb. Aufl. Hrsg. Wien-Innsbruck, Springer, 1957, VIII, 166 S., ill. (нем.)

Двутомный справочник представляет собой наиболее полную таблицу неопределенных и определенных интегралов. 1-й том посвящен неопределенным интегралам и состоит из введения и трех разделов. В разделе 1 «Рациональные подынтегральные функции» изложены основные табличные интегралы, общие методы разложения на частные дроби, а также собраны неопределенные интегралы, подынтегральные выражения которых суть произведения степеней либо двух линейных выражений $ax+b$ и $cx+d$, либо x и $(ax+b)/(cx+d)$, либо многих линейных выражений, либо линейных и квадратичных выражений, либо x и ax^n+b. Раздел 2 «Алгебраические иррациональные подынтегральные функции» содержит интегралы, в которых подынтегральные выражения суть рациональные функции или от x и $\sqrt[n]{ax+b}$, или от x и $\sqrt{ax+b}$, или от x и $\sqrt[n]{(ax+b)/(cx+d)}$, или от x, $\sqrt{ax+b}$, $\sqrt{cx+d}$, или от x и $\sqrt{ax^2+2bx+c}$. В отдельном параграфе собраны интегралы, подынтегральные выражения которых являются иррациональными функциями, которые можно преобразовать в рациональные. Затем приведены таблицы гиперэллиптических интегралов, эллиптических интегралов в лежандровой и вейерштрассовой формах и связанные с ними интегралы. Кроме того, подробно представлены интегралы рациональных функций от x и y, где y принимает одно из следующих значений:

$$\sqrt{a_0x^3+3a_1x^2+3a_2x+a_3},$$

$$\sqrt{a_0x^4+4a_1x^3+6a_2x^2+4a_3x+a_4},$$

$$\sqrt[3]{a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)},\quad \sqrt[3]{x^2\pm 1}.$$

В разделе 4 «Трансцендентные подынтегральные функции» представлены интегралы, подынтегральные функции которых могут иметь следующий вид:

$$R(e^{\lambda x});\quad f(x)\,e^{\lambda x};\quad f(x)\,e^{ax^2+2bx+c};\quad f(\log x);\quad R(x)\log^n x;$$

$$f(x)\log^n g(x);\quad R(\sin x,\cos x);\quad R(\sin(ax+b),\cos(cx+d),\ldots);$$

$$x^p\sin^m x\cos^n x;\qquad e^{ax}\sin^m bx\cos^n cx;$$

$$R(x,e^{ax},\ \sin bx,\cos cx);$$

$$R\left(\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(ax^2+2bx+c),x\right);\quad R\left(x,\ \arcsin\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}x\right);$$

$$R\left(x,\ \operatorname{arc}\begin{matrix}\operatorname{tg}\\ \operatorname{ctg}\end{matrix}x\right);\quad R(\operatorname{sh}x,\operatorname{ch}x);$$

$$R(\operatorname{sh}(ax+b),\operatorname{ch}(cx+d),\ldots);$$

$$x^p\operatorname{sh}^m x\operatorname{ch}^n x;\quad R(\operatorname{sh}(ax+b),\ \sin(cx+d),\ldots);$$

$$R\left(x, \operatorname{Ar}\begin{matrix}\mathrm{sh}\\ \mathrm{ch}\end{matrix} x\right);\quad R\left(x, \operatorname{Ar}\begin{matrix}\mathrm{th}\\ \mathrm{cth}\end{matrix} x\right),$$

где $R(x, y,...)$ есть рациональная или алгебраическая иррациональная функция своих аргументов. В заключение приведены интегралы эллиптических функций Вейерштрасса и Якоби. Всего помещено свыше тысячи интегралов. Н. Я. Лященко

5 В266 К. Таблица интегралов. Часть 2. Определенные интегралы. Gröbner Wolfgang, Hofreiter Nikolaus. Integraltafel. 2. Teil. Bestimmte Integrale. 2., vebr. Aufl. Hrsg. Wien-Innsbruck, Springer, 1958, VI, 204 S. (нем.)

Том 2 справочника содержит таблицу определенных интегралов с различными пределами интегрирования ((0, 1), (a, b), $(0, \infty)$, $(-\infty, \infty)$), а также главные значения несобственных интегралов с сингулярной подынтегральной функцией. В разделе 1 «Рациональные подынтегральные функции» собраны интегралы от степени $\alpha x+\beta$ и произведения степеней либо многих линейных выражений, либо квадратичных выражений, либо линейных и квадратичных выражений, либо x и ax^n+b. Кроме того, дается определение, рекуррентные соотношения, соотношения ортогональности и некоторые интегралы для ортогональных полиномов Лежандра, Чебышева, Эрмита, Лагерра, гипергеометрических и присоединенных функций Лежандра. Раздел 2 «Алгебраические иррациональные подынтегральные функции» содержит интегралы, подынтегральная функция которых является рациональной функцией x и y, где y принимает значения: $\sqrt[n]{ax+b}$, $\sqrt{ax+b}$; $\sqrt{ax^2+2bx+c}$; $\sqrt{x^2+a^2}$; $\sqrt{x^2-a^2}$; $\sqrt{a^2-x^2}$; $\sqrt{a_0x^4+4a_1x^3+6a_2x^2+4a_3x+a_4}$, а также эллиптические интегралы в канонической форме Лежандра и Вейерштрасса. Наибольший по объему раздел 3 «Элементарные трансцендентные подынтегральные функции» включает в себя интегралы следующего вида:

$$\int R\,(e^{\lambda x},\ e^{\mu x},\dots)\,dx;\quad \int e^{-sx} f\,(x)\,dx;$$

$$\int R\,(x,\ e^{\lambda x})\,dx;\quad \int R\,(x,\ e^{f(x)})\,dx;\quad \int f\,(\log x)\,dx;$$

$$\int \log\,[g\,(x)]\,dx;\quad \int f\,(x)\,\log^n x dx,$$

где $f(x)$ — рациональная, алгебраическая иррациональная или трансцендентная функция, $\int f\,(x)\,\log\,[g\,(x)]\,dx$; $\int F\,\{x,\ \log\,[f\,(x)]\}\,dx$; интегральную показательную функцию, интегральные логарифм, синус, косинус и родственные функции;

$$\int f\,(\sin x, \cos x)\,dx;\quad \int f\,(\sin ax,\ \cos bx,\dots)\,dx;$$

$$\int f\,(x, \sin ax,\ \cos bx)\,dx;\quad \int F\,[x, \sin f\,(x), \cos g\,(x),\dots]\,dx;$$

$$\int F\,[e^{ax},\ \sin bx,\ \cos cx]\,dx;$$

$$\int F\,[x,\ e^{f(x)} \sin g\,(x),\ \cos h\,(x)]\,dx;$$

$$\int F\,[x,\ \log f\,(x),\ \sin g\,(x),\ \cos h\,(x)\,dx;$$

$$\int F\,[x,\ \operatorname{Arc}\sin x,\ \operatorname{Arc}\cos x]\,dx;$$

$$\int F\,(x, \operatorname{Arc}\ \operatorname{tg} x,\ \operatorname{Arc}\ \operatorname{ctg} x)\,dx;\ \int R\,(e^{\lambda x},\ \operatorname{sh} ax,\ \operatorname{ch} bx)\,dx;$$

$$\int R\,(x,\ \operatorname{sh} ax,\ \operatorname{ch} bx)\,dx;\quad \int F\,[f\,(x),\ \operatorname{sh} ax,\ \operatorname{ch} bx]\,dx$$

и интегралы от обратных гиперболических функций $\operatorname{Ar\,sh} x$, $\operatorname{Ar\,ch} x$, $\operatorname{Ar\,th} x$, $\operatorname{Arc\,th} x$. В разделе 4 «Эйлеровские интегралы» приведены гамма-функции и интегралы, подынтегральные функции которых суть произведения степеней от линейных, двучленных и многочленных выражений с общими показателями. В разделе 5 «Интегралы от цилиндрических функций» дается определение цилиндрических функций действительного и мнимого аргументов, а также приведены интегралы вида

$$\int F\,(x, \zeta_\nu(x))\,dx;\ \int F\,[x,\ e^x,\ \log x, \zeta_\nu\,(x)]\,dx;$$

$$\int F\,[x,\ \sin x,\ \cos x,\ \zeta_\nu(x)]\,dx;\ \int F\,[x, \zeta_\nu(x),\ \zeta_\mu(x)]\,dx,$$

где $\zeta_\nu(x)$ — цилиндрическая функция. Н. Я. Лященко

5 В267 К. Таблицы и формулы сумм рядов видов $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-rn^2} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} nx$ **и** $\sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{-rn^2}{n}} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} nx$. **Вып. I.** Ред. Заездный А. М. Ленингр. электротехн. ин-т связи. М., 1958, 75 стр., илл., 6 руб.

Приведены значения сумм, указанных в заглавии, с тремя десятичными знаками и шагом, равным одному граду ($2\pi/400$). При этом $r=0{,}02$; 0,04; 0,06; 0,08; 0,1; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30; 0,40; 0,60; 0,80 (для случая первого ряда также $r=1$). Ряды указанного типа встречаются при расчете переходных процессов в длинных линиях с параметрами $R\neq 0$, $C\neq 0$, $L=0$ и $G=0$. Часть формул иллюстрирована графиками.

5 В268 К. Таблицы случайных нормальных отклонений. Sengupta J. M., Bhattacharya Nikhilesh. Tables of random normal deviates. London, Asia Publ. House; Calcutta, Statist. Publ. Soc., 1960, xix, 26 pp., 35 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 547, 11 (англ.)

См. также: 5А59 К, 5Б111, 5Б304, 5Б307, 5Б320, 5Б366 К, 5В45

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

Редактор *Д. Ю. Панов*

5 В269. Введение в АЛГОЛ-60. Woodger M. An introduction to ALGOL 60. «Comput. J.», 1960, 3, № 2, 67—75 (англ.)

АЛГОЛ-60 — формальный язык с алфавитом, близким к стандартным математическим обозначениям, предназначенный для описания вычислительных процессов (алгорифмов) в публикациях; язык, допускающий возможность механического перевода с него на программы для вычислительных машин. Для того чтобы АЛГОЛ-60 удовлетворял различным требованиям, рассматриваются три его формы: эталонный язык (reference language), состоящий из 116 основных символов, язык публикаций и язык, приспособленный к стандартному оборудованию ввода и программирующим программам конкретных вычислительных машин. Вычислительные процессы, описываемые на языке АЛГОЛ-60, представляются линейной записью арифметических и функциональных зависимостей от чисел, величин и переменных. Соединение зависимостей одной природы составляет блок (оператор). Вводятся блоки, определяющие последовательность выполнения вычислительных блоков, начало и конец вычислений. Рассматриваются примеры, поясняющие сущность языка АЛГОЛ-60. Дается перечень и классификация основных символов. А. А. Красилов

5 В270. Об алгоритмическом языке АЛГОЛ-60. Backus J. W., Bauer F. L., Green J., Katz C.,

McCarthy J., Naur P., Perlis A. J., Rutishauser H., Samelson K., Vauquois B., Wegstein J. H., Wijngaarden A. van, Woodger M. Report on the algorithmic language algol 60. «Acta polytechn. scand. Math. and Comput. Mach. Ser.», 1960, № 5, 40 pp., ill. (англ.)

5 В271. Программирование для электронных цифровых вычислительных устройств. Müller Heinrich. Die Programmierung elektronischer digitaler Rechenanlagen. «ADL-Nachr.», 1960, № 14, 378—380, 382, 384, 386—393 (нем.)

Обзорная статья, посвященная обсуждению основных задач, возникающих при программировании. Подробно рассматриваются различные этапы программирования и автоматизация этих этапов. Автоматизация рассмотрена на примере переводящей, компилирующей и программирующей программ. Обсуждается применение собственных и относительных адресов. Новые данные отсутствуют.

Д. А. Поспелов

5 В272. Программирование для автоматических вычислительных машин. Машина SIP-100. Моригути Сигэити. «Кагаку, Kagaku», 1959, **29**, № 10, 537—541 (японск.)

5 В273. Система кодирования для вычислительной машины РКА-501. Bromberg H., Hurewitz T. M., Kozarsky K. The RCA 501 assembly system. «Proc. West. Joint Comput. Conf., San Francisco, Calif.», 1959, New York, 1959, 127—131 (англ.)

Различаются две группы языков вычислительных машин: язык, приспособленный к решаемой проблеме, и язык, предназначенный для выбранной машины. В то время как первый позволяет решать данную проблему на любой вычислительной машине, второй позволяет для одной машины ставить широкий круг задач. Описывается автоматическая система кодирования, предназначенная для вычислительной машины РКА-501 (RCA-501) (РЖМат, 1960, 14500, 14501) и обеспечивающая относительное адресование команд и данных, символическое представление констант и данных, выработку макроинструкций, подпрограмм, переменных адресов и описывающих глаголов. Система кодирования имеет два входа, на один из которых подаются записи данных, которые следует обработать. Эти данные обрабатываются и, помимо основной программы, вырабатываются дополнительные сведения такие, как средняя длина посылки, приблизительное время работы ленты и т. д. Переменная длина поступающих данных, наряду с экономией в объеме запоминающего устройства, создает трудности в расположении данных в памяти. Эти трудности преодолеваются либо с помощью псевдоинструкции, устанавливающей максимальный объем запоминающей ячейки для записей с переменной длиной, либо с помощью сканируемой инструкции посылки записи в запоминающее устройство и подсчета числа контрольных символов, разделяющих записи. На второй вход подаются псевдокоды программы. Псевдокод, кроме обычных 2 адресов машины РКА-501, содержит третий адрес, который необходим для некоторых операций и в машине находится в регистре управления, а также утверждения, обеспечивающие условную или неусловную передачу управления. Еще одна буква в псевдокоде определяет команду, предназначенную для управления вентилем, контролирующим ленту при одновременной работе ленты и арифметического устройства. Система обеспечивает генерацию до 5 двухадресных машинных команд при использовании одного кода машины при соответствующем псевдокоде на входе. Не обязательно маркировать каждую команду. При относительном адресовании маркируют лишь первую команду и те, к которым возможно обращение от других команд. Вырабатываемые описывающие глаголы позволяют определять нужные участки программы, перекрывать либо резервировать участки в запоминающем устройстве, выводить адреса, соответствующие каким-либо символам, отыскивать константы, производить добавления, изъятия и исправления в псевдокоде. Эти глаголы нужны лишь при составлении программы и выводятся при выработке окончательной программы. Наличие переменных адресов позволяет часть адресов и команд представлять в символической форме и определять лишь в нужные моменты в ходе составления программы. Система кодирования позволяет преобразовывать макроинструкции псевдокода в машинные макроинструкции, включающие все команды, необходимые для выполнения определенного задания. Также имеется расширяемая библиотека подпрограмм. Имеется 2 системы индикации ошибок. По первой машина останавливается при обнаружении ошибки, по второй машина продолжает работу, но ошибка отмечается на специальном индикаторе, и только тогда, когда все индикаторы заполнены, машина останавливается и все ошибки исправляются одновременно.

О. В. Бачин

5 В274. Каскадное управление с переменным циклом в применении к цифровой вычислительной машине «Дататрон-220». Glaser E. L. Cascaded variable cycle control as applied to the 220 computer. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif.», 1958. № T-107. New York, 1959, 63—65 (англ.)

Предметом статьи является микропрограммирование как инструмент, используемый при расчетах. Микропрограммирование широко используется в последнее время для повышения гибкости больших цифровых вычислительных машин. Этот метод позволяет в некотором смысле отвлечься от конкретного построения той или иной вычислительной машины и, кроме того, имеет некоторые другие интересные особенности. Фирма «Беррouз» (США) приступила к разработке новых методов управления — микроуправления, имеющих целью ускорить процессы вычисления на машине «Дататрон-220». Логические требования к микроуправлению аналогичны требованиям к интерпретирующей программе. Команда должна быть извлечена из запоминающего устройства, если имеет место соответствующая арифметическая команда, и затем команда анализируется и выполняется. В рассматриваемой машине данные обрабатываются последовательно — слогами, разряды слога обрабатываются параллельно, исключая параллельную работу с ферритовым запоминающим устройством. Различные микрокоманды, которыми располагает расчетчик, связаны с работой адресного регистра машины, адресного буфера и программного счетчика. В машине используются два типа импульсов. Импульс слога используется для приложения некоторого оператора к определенному числу слогов. Счетчик слогов используется для подсчета числа импульсов слогов в группы. Эти импульсы слогов возникают, если содержимое счетчика слогов менее 20. Если же содержимое счетчика равно 20 или нулю, возникают импульсы циклов. Второй счетчик используется в микроуправлении для целей определения подциклов в любой операции. Само по себе содержание счетчика циклов недостаточно для определения ряда микроопераций, которые должны быть выполнены. Для этой цели служит специальная матрица — дешифратор стандартных команд, которая подсоединена к адресной части регистра команд. Во время выполнения команды выход этой матрицы определяет код операции и клапанируется выходом счетчика циклов для определения подкоманды. Микрооперации не зависят, таким образом, от содержания регистра кода операций. Некоторая аналогия может быть проведена между этим типом микропрограммирования и нормальным кодированием. Код операции в машине представляет наименование подпрограммы. Установка счетчика циклов эквивалентна числу шагов. Микрокоманды эквивалентны нормальным командам при программировании. Счетчик слогов аналогичен по

работе повторяющейся команде, используемой в некоторых машинах. Г. Х. Новик

5 В275. Пальцы или кулаки? (Выбор десятичного или двоичного представления). Buchholz W. Fingers or fists? (The choice of decimal or binary representation). «Communs Assoc. Comput. Mach.», 1959, **2**, № 12, 3—11 (англ.)

Проводится всестороннее сравнение двоичного и десятичного представления данных и команд. Анализ проводился в связи с конструированием вычислительной машины «ИБМ Стретч» (IBM Stretch), предназначенной для всевозможных научных задач, деловых расчетов и задач управления. Показано, что двоичная система имеет существенные преимущества при использовании в вычислительной технике. Рассматриваются выгоды применения двоичной системы при программировании, преобразовании адресов, кодировании буквенно-числовых данных, двоично-десятичного преобразования, представления программы, а также при обработке числовых данных, которые подвергаются большому числу арифметических операций. Десятичная система связана с понижением скорости на 20—40%, попытки избавиться от этих потерь приводят к повышению стоимости. С другой стороны, машина, применяемая для обработки большого объема информации, должна представлять данные в форме, удобной для чтения человеком. Двоично-десятичное преобразование сильно снижает эффективную скорость машины. В статье затронут вопрос об использовании других числовых оснований, например, 100 и 1000. В проекте машины соединены преимущества двоичной и десятичной системы. Применено двоичное адресование ввиду его большой гибкости. Каждый разряд ячейки имеет отдельный адрес. Ячейка содержит 64 двоичных разряда. Двоичное арифметическое устройство выполняет действия с адресами и арифметические операции с плавающей запятой с высокой скоростью. Введена команда двоично-десятичного преобразования. Для выполнения арифметических операций на десятичных данных введено десятичное арифметическое устройство. С. А. Раскутин

5 В276. Анализ некоторых ошибок, возникающих при умножении на машине «Урал». Жданов Л. В. «Изв. высш. учебн. заведений. Приборостроение», 1959, № 2, 76—82

Отмечается, что при выполнении операции умножения на серийной универсальной цифровой вычислительной машине «Урал» возможны случаи больших искажений результата операции, которые вызываются тем, что сигнал округления результата, означающий по существу окончание операции, может поступить до окончания процесса умножения на арифметическом устройстве. Рассматривается временная диаграмма импульсов в «Урале» и выясняются условия, при которых могут иметь место указанные искажения результатов. Одним из условий, при которых могут иметь место ошибки, является размещение множителя в определенных зонах магнитного барабана (по адресам с 4000 по 4144 или с 6000 по 6144). Отмечается, что если при программировании избегать посылки множителей по этим адресам, то искажений не будет, но затруднится программирование. Поэтому предлагается включить в схему «Урала» несложную дополнительную схему, которая устраняет возможность указанных искажений, однако сама вносит небольшую ошибку операции, не превышающую $\pm 2^{-35}$. Действие этой дополнительной схемы заключается в том, что она запрещает выполнение последнего, 36-го, сдвига множителя. Схема срабатывает только в тех случаях, когда множитель располагается на барабане в указанных зонах. В остальных случаях умножение выполняется, как обычно. Описанная схема была смонтирована на машине и в работе подтвердила факты, изложенные в статье. В. А. Брик

5 В277. Логический проект микроволновой цифровой машины. Frankel Stanley P. A logic design for a microwave computer. «IRE Trans. Electron. Comput.», 1959, 8, № 3, 271—276 (англ.)

Обсуждается влияние свойств элементов микроволновой техники (ламп бегущей волны, волноводов и т. п.) на логическую структуру цифровой машины, использующей эти элементы. Исходя из свойств, доступных в настоящее время микроволновых элементов, и принимая во внимание значительную стоимость монтажа и оборудования, автор считает, что логический проект машины должен разрабатываться, исходя из малого количества цифровых элементов и специальных элементов циклических линий передачи информации, имеющих задержку, равную или меньшую задержки между соседними волнами. Для более полного использования ламп бегущей волны в циклических системах (задерживающие регистры одно- и многоразрядные) предлагается использование многократной (multiplex) организации цифровой машины, в которой разряды отдельных слов перемежаются с разрядами других слов, причем это имеет место в циклическом запоминающем устройстве, во всех арифметических и управляющих регистрах и даже в одиночных триггерах. Описывается предположительная машина с четырехкратной организацией. Оборудование этой машины разделено на четыре независимо работающие «машины». Оно включает: циклическую задерживающую память произвольной емкости; два регистра (накапливающий регистр и регистр команд) с задержкой одного слова, но хранящие соответственно четыре числа и четыре команды в соответствии с четырехкратной организацией. Приводится список следующих команд: обмена информацией между памятью и накапливающим регистром, сложения, вычитания, логического умножения и условных переходов. Действие машины определено логическими уравнениями. W. Jaworski

5 В278. Новые цифровые вычислительные машины.— New computers debut «Control. Engng», 1960, **7**, № 4, 35 (англ.)

В последнее время появилось много цифровых вычислительных машин, предназначенных для обработки деловых данных. К ним относятся большие быстродействующие цифровые машины на транзисторах: «Электродата-220», ИБМ-7070, ИБМ-7080, ИБМ-7090, РКА-501, «Датаматик-800», КДК-1604; малые машины: РПК-4000, ИБМ-1620. Фирма «Бендикс» выпустила новую машину G-20 — полупроводниковый вариант машины G-15. Машина G-20 имеет следующие данные: время сложения в режиме с фиксированной запятой 7 мксек., время сложения в режиме с плавающей запятой 10 мксек., время обращения (цикл) к запоминающему устройству 8,4 мксек., емкость ферритового запоминающего устройства 4096 слов, длина слова 33 двоичных разряда. Стоимость машины G-20 около 500 тыс. долл. Это позволяет ей конкурировать с такими машинами, как ИБМ-7070, РКА-501 и КДК-1704, учитывая то, что в машине G-20 обеспечена возможность выполнения арифметических операций с плавающей запятой за счет незначительного увеличения стоимости. Однако основной особенностью машины G-20 является буферное управляющее устройство, которое может быть приобретено как факультативное оборудование. Оно содержит ферритовое запоминающее устройство емкостью 1024 слога (т. е. восьмиразрядных групп) и может управлять внешними устройствами, в то время как вычислительная машина выполняет основные вычисления. В результате внешние устройства машины G-20 могут работать как с линии, так и с машины без ущерба для машины. Машина G-20 построена таким образом, что легко позволяет расширять емкость запоминающего устройства до 32 000 слов. Кроме того, могут быть добавлены дополнительные буферные устройства управления за умеренную цену (30 000 долл.), что позволяет

вводить дополнительные устройства ввода-вывода. В типовой комплект для коммерческого применения машины G-20 входят: один центральный обработчик данных, одна панель управления, четыре блока на магнитных лентах, одно быстродействующее печатающее устройство, два буферных устройства управления, два устройства связи между печатающим устройством и перфокартным оборудованием. Отпускная цена — около 600 тыс. долл. Фирма «Монро» выпустила совершенно отличную от G-20 малогабаритную машину Monrobot Mark XI. Ее отпускная цена 24 500 долл. Среднее быстродействие этой машины 5 000 операций в 1 мин., запоминающее устройство на магнитном барабане может хранить 1024 32-разрядных слов. Mark XI является последовательной машиной, ввод данных в которую осуществляется с перфоленты, с перфокарт, электрической пишущей машинки, телетайпа или клавишной панели. Машина Mark XI может быть использована для начисления зарплаты 800 рабочим за четверть рабочего дня. Машина может обрабатывать чеки, выписывать накладные и т. д. Она может быть использована также для решения дифференциальных уравнений, вероятностного анализа и линейного программирования.

Г. Х. Новик

5 В279. Вычислительное устройство М-22 фирмы «Оливетти Булль». L'unità di calcolo M 22 della Olivetti Bull. «Schede perfor. e calcolo elettron.», 1960, **6**, № 31, 30—31 (итал.)

На 4-й выставке Совещания по приборостроению и автоматизации фирма «Оливетти Булль» (Италия) экспонировала новое электронное вычислительное устройство М-22, предназначенное для совместной работы с комплектом САМ. В соединении с табулятором вычислительное устройство обеспечивает скорость работы 9000 строк в 1 час. Совместно с репродуктором скорость обработки составляет 7200 перфокарт в 1 час. Присоединение к сортировке дает возможность вести алгебраическое суммирование со скоростью 42 000—60 000 перфокарт в 1 час, а также выполнять умножение и деление над алгебраическими суммами с учетом признаков, пробитых на картах. Возможно проведение логических операций (например, выборку банковских клиентов, отрицательное сальдо которых превышает установленную для них норму кредита). М-22 работает по параллельному принципу, имеет три регистра: A — (множимое — делитель) 10 разрядов, B — (множитель — частное) 8 разрядов, C — (произведение — делимое) 15 разрядов. Регистры имеют параллельные входы и допускают образование трех параллельных сумматоров по 11 разрядов каждый. Устройство может выполнять вычисления типа $X=(\pm A\pm B\pm C)\times(\pm D\pm E\pm F\pm G\pm \pm H\pm I\pm J\pm K)\pm M\pm N\pm O$, причем X может быть как положительным, так и отрицательным. Величины A, B, C могут иметь 10 разрядов, D, E, F, G, H по 8 разрядов, I, J, K по 5 разрядов, M, N O по 15 разрядов каждая, частная сумма $(\pm A\pm B\pm C)$ по 10 разрядов; частная сумма $(\pm D\pm \ldots \pm K)$ по 8 разрядов, результат X 15 разрядов. Полная возможная разрядность результатов 33 десятичных разряда. Состояние трех регистров демонстрируется на световом счетчике. Отмечается простота программирования работ.

И. В. Лебедев

5 В280. Малый электронный комплекс с большими оперативными возможностями. Un piccolo complesso elettronico di grandi capacità operative. «Schede perfor. e calcolo elettron.», 1959, **5**, № 30, 260 (итал.)

Американская фирма «ИБМ» недавно демонстрировала в Италии новую электронную систему ИБМ-1401, построенную полностью на транзисторах и снабженную автоконтролем. Система обладает устройствами (ферритовое запоминающее устройство, быстродействующий ввод и вывод), которые ранее придавались только мощным машинам. ИБМ-1401 состоит из трех блоков: обработки данных (193 тысячи операций в 1 мин.), ввода (800 перфокарт в 1 мин.), перфорации (250 перфокарт в 1 мин.) и печати (600 строк в 1 мин.). Система занимает площадь в 2,5 $м^2$. Среди конструктивных новинок системы — «печатающая цепь», типа велосипедной, с нанесенными на ней литерами, по которым ударяют 132 молоточка, управляемых электронной системой за время 0,6 мсек. Удар каждого молоточка соответствует печати определенной литеры. К системе может быть присоединено до 6 блоков магнитных лент. Указывается, что машина может быть использована в банках, страховых обществах, общественных учреждениях; на малых и средних предприятиях она может выполнять работы, по объему доступные крупным машинам, имея меньшие размеры и более низкую стоимость.

И. В. Лебедев

5 В281. «Мультитроник-6000» фирмы «Экзакта Континенталь». La multitronic 6000 della exacta continental. «Schede perfor. e calcolo elettron.», 1960, **6**, № 31, 31—33 (итал.)

«Мультитроник-6000» представляет собой настольную вычислительную машину с электронным множительным устройством. Может выполнять три основных операции — сложение и вычитание, сальдирование и умножение. Множитель и множимое могут иметь 8 и 10 десятичных разрядов соответственно, произведение 17 разрядов. Для сложения, вычитания и сальдо разрядность равна 12. Произведение может иметь не более 10 разрядов после запятой. Машина может иметь от 3 до 23 12-разрядных аккумуляторов, на которых хранятся слагаемые, вычитаемые и сальдо. Результаты аккумуляторов могут быть использованы для электронного умножения. Произведения печатаются с двумя или тремя знаками после запятой. Третий знак после запятой может быть округлен прибавлением 5. Машина имеет встроенные программы для 4 видов работы, которые вводятся поворотом маховика. Клавиатура простая с клавишами 00 и 000. Возможен набор во время работы машины. Имеется устройство для автоматической печати последовательных регистрационных номеров, шифра оператора и даты, а также ряд других вспомогательных устройств.

И. В. Лебедев

5 В282. Запоминающее устройство емкостью в 314 миллионов двоичных знаков с быстрым и прямым выбором — конструкция и экономические соображения. Bishop N., Dumey A. I. A memory of 314 million bits capacity with fast and direct access — its systems and economic considerations. «Proc. West. Joint Comput. Conf., San Francisco, Calif.», 1959. New York, 1959, 74—76 (англ.)

Описываются принципы построения запоминающего устройства большой емкости, инженерный макет которого был построен фирмой «Тайм Инкорпорэйшн» в г. Спрингдэйл с целью технического и экономического изучения возможностей запоминания и обработки больших коммерческих записей с возможностью непосредственного выбора каждой записи. Для достижения большой емкости запоминающего устройства одновременно с быстродействием и невысокой стоимостью в основу проектирования были положены: умеренная компактность во избежание технологических трудностей, умеренные расстояния передачи данных, умеренные ускорения ленты. Общая емкость построенного макета составляла 314 500 000 двоичных знаков, расположенных в 262144 адресах, каждая запись содержала 1200 двоичных знаков. Управление производилось с помощью 3 основных команд, из которых первая содержала сигнал розыска записи и 18-разрядный параллельный адрес, вторая определяла характер операции: чтение, запись или стирание, а третья команда подготавливала запоминающее устройство к новому обращению. Первая команда требует на выполнение от 0,61 до 3,87 сек., вторая 0,45 сек., а третья 0,6 сек. При использовании запоминающего устройства в качестве информационной ма-

шины, когда не требуется изменения записей, полный цикл обращения составляет 1,66—4,92 сек. при средней величине 3,14 сек. В описываемом случае, когда в 95% обращений требуется 5 циклов обработки, цикл обращения составляет 3,46—672 сек. при средней величине 4,94 сек. Реально в таком запоминающем устройстве за 8-часовую смену можно обработать 1% записи. Описанное устройство имело полупроводниковое управление, тактовую частоту 20 *кгц*, отношение сигнала к помехе 40 *дб*. Макет имел все системы связи и управления, кроме буферных. Потребляемая мощность в среднем 550 *вт*, вес устройства 1,9 *т*. Подсчитано, что при промышленном производстве стоимость одного двоичного разряда запоминающего устройства будет составлять менее 2 центов. Так как описанное устройство предназначено для ведения счетов, связанных с подпиской на газеты и журналы, то выходные данные представляются в виде адресных ярлыков по недельному расписанию. При обработке входной информации широко используется система сжатия кодов и отыскание адресов по сжатым кодам. Запоминающее устройство предназначено для работы с вычислительной машиной средней величины.

О. В. Бачин

5 В283. Запоминающее устройство на трансфлюксорах со многими выходами. Hammel D. G., Morgan W. L., Sidnam R. D. A multiload transfluxor memory. «Proc. West. Joint Comput. Conf., San Francisco, Calif.», 1959. New York, 1959, 14—21 (англ.)

В современных запоминающих устройствах скорости записи — считывания приближаются к максимальным, и существенным недостатком, снижающим быстродействие вычислительных машин, является необходимость регенерации данных после считывания и невозможность одновременного обращения по нескольким адресам. Для практического конструирования действительно параллельно работающих систем вычислительных машин, совместно использующих одно запоминающее устройство, необходима возможность одновременного обращения к нескольким ячейкам запоминающего устройства. Такой возможностью обладает запоминающее устройство на многодырочных трансфлюксорах. Запоминающее устройство на двухдырочных трансфлюксорах позволяет проводить считывание без разрушения информации, а также, благодаря малому влиянию импульсов тока записи на цепь считывания и обратно, производить одновременно запись и считывание по разным адресам. Это не только сокращает время обращения к запоминающему устройству, но и позволяет существенно упростить систему обнаружения ошибок, ибо ошибка при считывании, в отличие от обычных запоминающих устройств, является однократной, и не требуется исправления информации. Добавление же в такой трансфлюксор дополнительных малых отверстий, позволяет получить дополнительные выходные системы с независимыми адресами. Такой трансфлюксор имеет отдельные адресные провода и провода считывания для каждого малого отверстия. Поэтому информация, записанная в трансфлюксоре, может быть одновременно считана по любому числу выходных систем. Считывание может производиться как по методу совпадающих токов, так и по методу прямого выбора. Описывается запоминающее устройство, работающее по методу прямой выборки, выполненное на трансфлюксорных платах с печатным монтажом, аналогичных известным устройствам на ферритовых платах. В лаборатории фирмы «РКА» (RCA) исследовались, как многодырочные трансфлюксоры, так и запоминающие устройства на них для использования их в авиационных вычислительных машинах. Приведены данные испытаний трансфлюксоров с внешним диаметром 9,25 *мм*. По данным испытаний цикл считывания для этих трансфлюксоров составил 0,8 мксек., а цикл записи 2,5 мксек. Подробно рассматривается организация вычислительной машины, использующей запоминающее устройство на трехдырочных трансфлюксорах. Это устройство должно независимо управляться от входного блока, выходного блока и центральной вычислительной машины. Одна система малых отверстий служит для вывода данных, вторая для передачи данных в центральную машину, а центральное отверстие каждого трансфлюксора служит для приема данных со входа или из центральной машины. Операции считывания и записи для входа, выхода и центральной машины происходят независимо, одновременно и асинхронно. Ограничением является лишь невозможность одновременного считывания и записи по одному адресу, хотя два считывания одновременно с разных отверстий одного трансфлюксора вполне допустимы, и проведения операций в какой-либо системе до окончания предыдущей операции. Однако, такая система не позволяет проводить одновременно две записи. Такой возможностью обладает расщепленное запоминающее устройство, в котором имеется разделение на две части по записи, но системы считывания являются общими. Такое деление по записи может быть проведено и на большее число в общем случае неравных частей, например для записи со входа, с центральной машины, с магнитного барабана и т. д. Увеличение числа малых отверстий в трансфлюксоре повлечет за собой увеличение числа одновременно работающих выходных систем, что особенно важно, когда от одного устройства работают несколько выходных блоков. Для трехадресных вычислительных машин особенно важной является возможность чтения двух чисел и записи ранее имевшегося в сумматоре числа одновременно. Особенно широкие перспективы открываются для таких запоминающих устройств при работе с несколькими вычислительными машинами. При увеличении числа малых отверстий трансфлюксора становится возможным объединение для параллельной работы большего числа вычислительных машин, причем при увеличении числа машин возрастает эффективность использования запоминающего устройства. О. В. Бачин

5 В284. Знаковые индикаторы, использующие вычислительные устройства непрерывного действия. Chao S. C. Character displays using analog techniques. «Electronics», 1959, **32**, № 43, 116—118 (англ.)

Подробно описывается знаковая отображающая система, обеспечивающая быстрый вывод информации с помощью формирования знаков из ряда сливающихся точек. Положения точек на экране обычного осциллографа определяются простой суммирующей цепочкой на сопротивлениях. Система отличается хорошей четкостью, высокой скоростью записи, относительной простотой и приемлемой стоимостью. Система названа «Дотитрон» («Dotitron»). В этой системе электронный луч устанавливается в начальную точку знака большими составляющими отклоняющих напряжений по осям X и Y. Затем положения точек знака относительно начальной точки определяются малыми составляющими отклоняющих напряжений, создаваемыми суммирующими цепочками на сопротивлениях. При большом количестве точек можно получить непрерывную линию, однако для увеличения скорости записи число точек, составляющих знак, сокращается. Для знака W максимальное число точек 19. В системе легко получаются разнообразные новые знаки и символы. Используются обычные дешевые осциллографические трубки, желательно с большей четкостью. Система не использует прецизионных деталей и высокостабилизированных источников питания. Скорость записи сравнима со скоростью записи устройств, использующих трубки с матрицей. Яркость лучше или равна яркости, получаемой в других системах индикации. Форма и четкость знака особенно хороши, потому что определяются всецело суммирующей цепочкой на сопротивлениях, составляющейся индивидуально для каждого знака. В разработанной системе отображаются 40 знаков. Принцип получения знаков состоит в следующем. Для

каждого знака имеется две цепочки сопротивлений: для отклонения луча по вертикали и по горизонтали. Каждое сопротивление подключено к определенному переключателю. Переключатели последовательно один за другим включаются, при этом на выходе цепочки появляется ступенчато изменяющееся напряжение. Один ряд переключателей используется для всех цепочек. Выходы цепочек подключены к усилителям отклонения через шестидиодные переключатели мостового типа. Включением определенного шестидиодного переключателя выбирается определенный знак. Одна точка отображается на экране за 3 мксек., причем импульс подсвета имеет продолжительность 1 мксек. Приведена и описана блок-схема устройства, подробно рассматриваются следующие вопросы: способ генерирования знаков, метод определения сопротивлений цепочек, основные принципиальные схемы. Ю. Т. Печатников

5 В285. Аналоговый видеоиндикатор для цифровой машины 2002. Baur Friedrich, Lenz Karl-Ludwig. Ein Analog-Sichtgerät für den Digitalrechner 2002. «Siemens-Z.», 1960, **34**, № 3, 118—121 (нем.; рез. англ.)

В тех случаях, когда необходимо на основе рассмотрения общих свойств семейства кривых выбрать для дальнейших вычислений значение некоторого параметра, табличное представление данных, обычное в цифровой технике, неудобно. В связи с этим фирма «Сименс и Хальске» ввела в комплект оборудования цифровой машины «2002» видеоиндикатор, с помощью которого данные представляются в виде семейства кривых на экране ЭЛТ. Приводится блок-схема видеоиндикатора, кратко описывается принцип работы блоков. Работа индикатора иллюстрируется примером представления семейства траекторий упругого мяча, скачущего на твердой поверхности. Ф. П. Тарасенко

5 В286. Пример комбинированной аналого-цифровой имитации. Varner Walter W. The case for combined analog-digital simulation. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif.», 1958. № T-107. New York, 1959, 86—88 (англ.)

Защищается идея комбинированного применения аналоговых и цифровых методов для целей имитации путем совместного использования наиболее ценных качеств того и другого метода, из которых автором подчеркнуты следующие: для аналоговых методов — имитация в масштабе истинного времени, использование действительных элементов в расчетной схеме, достижение полной наглядности при вариации параметров, невысокая стоимость (при малой точности — *Реф.*), несложность составления программы действий, легкость отладки и проверки; для цифровых методов — повышенная точность, быстрая воспроизводимость результатов. Рассмотрен пример такого объединенного комплекса в преобразователе аналог — цифра — аналог, изготовленном фирмой «EPSCO» по разработке компании «Конвэр Астронатикс» (Convair Astronautics) и известным под названием «Аддавертер» (Addaverter). В основу разработки были положены три главных характеристики: число двоичных разрядов в цифровом коде (точность преобразования), число каналов для прямого и обратного преобразования и время преобразования для каждого канала. Было найдено, что для задач типа навигационной (для самолета) достаточно иметь динамический диапазон величин от 1 до 100 000 или 17 двоичных разрядов, представляемых в аналоговых величинах напряжениями от 50 *в* (максимум) до 1 *мв*. Число каналов для преобразований аналог — цифра составило 15, а для обратных 10. Соответственно время преобразования в этих каналах оказалось равным 100 и 25 мксек. Разработка, начатая в 1954 г., была завершена в 1957 г. изготовлением 25-канального преобразователя. С 1958 г. преобразователь «Аддавертер» эффективно используется в комплексе с машиной ИБМ-704 в программах отработки систем реактивных снарядов. Для имитации задачи средней сложности требуется 500—2000 команд и число выборок от 1 до 100, чтобы обеспечить полное использование машинного времени. В более трудных задачах частота выборки достигала 4—5 тысяч в 1 сек. — предельной величины для вычислительной машины ИБМ-704, тогда как «Аддавертер» мог бы обеспечить вдвое большую частоту выборок при наличии более быстродействующей машины. Высказывается мысль, что со временем в качестве аналоговых частей расчетной системы будут использоваться только реальные элементы самолетной аппаратуры и электромеханики, остальная часть будет чисто цифровой. Отмечается перспективность комплексного использования цифровых дифференциальных анализаторов, небольшой аналоговой машины для вариации параметров и недавно разработанных быстродействующих полупроводниковых преобразователей. А. Ф. Смирнов

5 В287. Непрерывно-цифровая вычислительная система. — Analogue-digital computing system. «Electron. Engng», 1960, **32**, № 390, 511 (англ.)

Сообщение о выпуске английской фирмой «Redifon» в городе Кролей (Crawley), комбинированной непрерывно-цифровой вычислительной системы РАДИК (RADIC — Redifon Analogue — Digital Computing). Система составлена из усилителей постоянного тока с коррекцией дрейфа электронных умножителей, диодных функциональных генераторов, которые совместно с электромеханическими интеграторами и умножителями выполняют арифметические действия, интегрирование, дифференцирование и генерирование математических функций. Все эти устройства могут быть соединены в произвольном порядке. Для ввода, вывода и запоминания цифровых данных используются цифровые блоки. Имеются две ключевые панели для ввода цифровых данных и установки цифровых коэффициентов для непрерывных элементов. Запоминание данных производится на магнитной ленте, которая также используется для моделирования задержки и специальных целей. Имеются преобразователи данных из цифровой в непрерывную форму и обратно. Особенностью системы РАДИК является запоминающее устройство на магнитной ленте, представляющее собой отдельный транспортабельный шкаф, содержащий две лентопротяжки, кодирующее и декодирующее устройства. Для улучшения синхронизации и повышения точности считывания предусмотрено прерывистое движение магнитной ленты, для чего на ней имеется перфорация и считывание и запись информации производится только во время движения. Скорость ленты в течение такта движения постоянна, но интервалы между тактами могут быть любыми. Общее управление системой кнопочное и осуществляется с пульта управления. Вывод цифровых данных производится как печатью, так и визуально. О. В. Бачин

5 В288. Универсальная машина большой емкости для анализа релейных схем. Пархоменко П. П. В сб. «Пром. телемеханика», М., АН СССР, 1960, 172—197

Описывается созданная в Институте автоматики и телемеханики АН СССР автоматическая машина для проверки работы релейных устройств. Машина полезна при проверке работы запроектированной релейной схемы (в нормальных условиях и при повреждениях), при изучении работы устройств, внутренняя схема которых неизвестна, при проверке правильности сделанного монтажа и др. Машина может исследовать разнообразные, в том числе и многотактные, схемы. В основу работы машины положен метод разложения исследуемой схемы на конституенты единицы. Этот метод позволяет исследовать поведение схемы при всех возможных нормальных и ненормальных режимах работы, в том числе дает возможность выявить работу схемы при таких комбинациях состояний входящих в нее элементов, которые трудно учесть при обычных ручных методах анализа. Исследуемые схемы могут содержать до 20 элементов, число тактов таблицы включений может быть любым.

В машину входит 180 реле, 6 шаговых искателей, 500 ключей, 185 диодов, 90 сигнальных ламп. Машина может работать путем просмотра всех возможных комбинаций состояний элементов схемы. Однако такой анализ для схем с большим числом элементов отнимает слишком много времени. Поэтому предусмотрена возможность проверки только тех комбинаций, при которых должен сработать тот или иной элемент схемы, или таких, которые интересуют. Этот последний метод, естественно, годится лишь для проверки устройств, правильная работа которых заранее известна. Приведены блок-схемы и фото машины. Описываются дополнительные возможности машины: анализ релейных схем на бесконтактных элементах, анализ схем по условиям несрабатывания, выполнение сравнения схем по условиям срабатывания или несрабатывания, решение логических задач, в которых переменные связаны между собой логическими действиями И, ИЛИ, «отрицание». Приведен также краткий обзор существующих устройств для анализа релейных схем. В. А. Брик

5 В289. Об алгоритмизации и программировании игры в домино. Первин Ю. А. В сб. «Пробл. кибернетики». Вып. 3. М., Физматгиз, 1960, 171—180

Поскольку игра в домино относится к типу игр с неполной информацией, то для ведения игры с помощью вычислительной машины не применим метод последовательного просмотра всех возможных ответов участников игры. Поэтому для оценки игровых ситуаций был применен вероятностный метод. Описываемая в статье программа при игре «двое на двое» предусматривает возможность ведения вычислительной машиной игры за одного, двух, трех и даже всех четырех участников. После хода любого из трех игроков машина производит оценку вероятностей нахождения тех или иных камней у каждого из этих игроков (не считая камней, выставленных на кон или находящихся у машины). Для каждого камня (s, t) машина оценивает вероятность $p_1^{s,t}$, $p_2^{s,t}$, $p_3^{s,t}$ того, что этот камень находится у первого, второго, третьего из остальных игроков. Очевидно, что $p_1^{s,t}+p_2^{s,t}+p_3^{s,t}=1$. Выбор данного хода производится машиной по одному из четырех самостоятельных алгоритмов, называемых тактиками. Выбор тактики зависит от того, какой из четырех участников является в данный момент «заходчиком», т. е. может первым закончить игру, если ни разу не пропустит своего хода. Приведена блок-схема работы машины по выбору камня для хода. По этой схеме машина прежде всего проверяет, есть ли у нее вообще возможность хода. Если нет, то она пропускает свой ход; если возможен только один ход, то машина сразу делает его (при этом подпрограмма реализации хода изменяет содержание необходимых счетчиков и отмечает выставленный камень). Если возможность хода не единственна, то работают «предтактиковые проверки», которые 1) оценивают опасность того, что будет «отсушен» дупль, 2) производят выбор: делать или не делать «рыбу» и т. д. Если ни одна из предтактиковых проверок не дала результата (т. е. не указала однозначно на необходимость некоторого хода), то «включается» одна из указанных выше четырех тактик. Приводятся некоторые подробности расчетов, выполняемых машиной по тактикам и по предтактиковым проверкам. Большое место в программе занимает блок «наблюдений», следящий за ходами трех остальных партнеров. Этот блок пересчитывает указанные вероятности нахождения того или иного камня у того или иного игрока. Программа была составлена для универсальной машины «Стрела». Приведен пример игры, где машина являлась одним из четырех игроков. Высказывается предположение о том, что вероятностный подход должен применяться при машинном ведении любой игры с неполной информацией. Отмечается, что на пути улучшения созданной программы наиболее заслуживающим внимания является вопрос о построении самосовершенствующейся программы игры. В. А. Брик

5 В290. Логическая классификация с помощью вычислительной машины.—. Logical classification by computer. «Automat. Progr.», 1960, 5, № 6, 209 (англ.)

Национальное бюро стандартов США составило для цифровой вычислительной машины программу, которая моделирует логический процесс воспоминания. Это сделано для иллюстрации возможностей вычислительной машины к восстановлению, классификации и сортировке информации. По указанной программе машина производит распознавание написанных знаков по принципу поиска в словаре, до некоторой степени обучается и делает простые буквенные заключения путем выбора букв и выполнения операций «воспоминания». Порядок поиска изменяется в соответствии с уже полученными результатами. Исходный материал распределяется машиной по топологическим или логическим адресам. Сама программа состоит из исходного словаря терминов (существительных, прилагательных и других частей речи), которые могут запоминаться вместе с сопроводительным шифром для некоторых из логических и смысловых зависимостей между терминами. Словарь расположен по алфавиту в одной секции запоминающего устройства, а в другой секции, соответствующей первой, расположены шифры к другим родственным терминам. В настоящее время словарь содержит 256 слов, но он будет расширен. Машина имеет входное автоматическое развертывающее устройство для последовательного считывания печатных знаков. Из считанных знаков машина выделяет слово и затем отыскивает его в словаре. Распознавание считанного слова производится по программе. Если, например, введенным словом является фамилия одного из президентов США, то машина может напечатать ряд связанных с этим словом терминов, содержащих различную информацию об этом президенте. Машина может выявлять и более сложные связи между вводимыми терминами. В. А. Брик

5 В291. Последовательное сравнение при помощи символической логики. Brooks Robert. Serial comparison by symbolic logic. «Instrum. and Control Syst.», 1960, 33, № 5, 766—767 (англ.)

Рассматриваются способы сравнения между собой двух многозначных двоичных чисел. Сравнение должно производиться последовательно разряд за разрядом, начиная с самого младшего разряда. Несовпадение любого из сравниваемых разрядов должно быть отмечено сравнивающим устройством. Выходная величина такого последовательно действующего сравнивающего устройства рассматривается как логическая переменная, которая может принимать два значения: 0 и 1. Операция сравнения может выполняться различными логическими схемами. Например, при работе устройства, проверяющего идентичность двух чисел, 1100 и 0110, выходная величина устройства последовательно принимает значения 0101. Приведена схемная реализация такого устройства, построенного на схемах совпадения. Рассмотрен другой вариант сравнивающего устройства, которое не только фиксирует неодинаковость двух чисел, но и указывает, какое из них больше. Перед началом работы описываемых сравнивающих схем на них подается начальный импульс сброса устройства на нуль. Этот импульс также является одной из логических переменных, имеющихся в устройстве. В. А. Брик

5 В292. Обработка медицинских данных на вычислительных машинах. Ledley Robert S., Lusted Lee B. Computers in medical data processing. «Operat. Res.», 1960, 8, № 3, 299—310 (англ.)

Указывается на возможность использования вычислительных машин в медицинской диагностике: чтение медицинских карточек, определение необходимого пути среди различных диагностических возможностей, вы-

числение вероятности каждой возможности, принятие более точного решения, составление статистики для будущих диагнозов, более эффективное обрабатывание, например, электрокардиаграммы, электроэнцефалограммы и т. п., составление медицинских карточек и т. д. Несмотря на некоторые ограничения, связанные с тем, что вычислительная машина может только перерабатывать и накапливать информацию, перечисляются преимущества вычислительной машины в точности, быстроте и объективности в выводах. Обсуждаются три концепции, присущие любой медицинской диагностической процедуре. Логическая концепция приводит к фундаментальной формуле логического анализа в медицинской диагностике $E \rightarrow (G \rightarrow f)$, где $E[S(1), ..., S(n), D(1), ..., D(m)]$ — известная в медицине функция алгебры логики n симптомов $S(1), ..., S(n)$ и m болезней $D(1), ..., D(m)$; $G[S(1), ..., S(n)]$ — функция, соответствующая симптомам пациента; $f[D(1), ..., D(m)]$ — определяющая диагноз функция. Вероятностная концепция приводит к построению формулы общей вероятности Бейеса при известных условных вероятностях $P(D/S)$, полученных статистически. Оценочная концепция приводит к постановке задач линейного программирования и теории игр. Большое значение придается статистике медицинских данных, созданию сети вычислительных машин для обработки собираемого материала. А. А. Красилов

5 В293. О принципах построения машины для опознавания образов. Файн В. С. «Радиотехника», 1960, **15**, № 3, 13—17

Рассматриваются вопросы, связанные с проблемой машинного распознавания абстрактных образов. Автор проводит параллель между зрительным аппаратом человека (сетчатка — нервные волокна — нервные узлы) и структурой устройства, обладающего возможностью преобразования «увиденья» некоторого образа в «узнавание» этого образа. Вместо схем параллельного считывания всей информации о том или ином образе, требующих громадного количества оборудования, автор предлагает пирамидальную схему сбора информации, при которой на каждом ярусе схемы происходит соответствующая обработка этой информации и выработка окончательных или промежуточных комплексов понятий. Эта структура, по мнению автора, позволяет избежать обработки несущественной информации об образе и осуществлять в большинстве случаев переход к понятию на более ранней ступени, чем при параллельном методе считывания. Библ. 7 назв. Д. А. Поспелов

5 В294. О машинной записи ручной передачи кода Морзе. Blair Charles R. On computer transcription of manual Morse. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1959, **6**, № 3, 429—442 (англ.)

Описан опыт применения универсальной машины для записи кода Морзе, передаваемого от руки. Международный код Морзе состоит из пяти элементов: точки, тире, буквенного, межбуквенного и межсловного интервалов. Эти элементы отличаются друг от друга положением ключа и длительностью. При ручной передаче длительность носит случайный характер, что затрудняет автоматизацию приема. Для определения передаваемого элемента предлагается статистический метод разделения по длительности. Длительность открытого и закрытого состояния ключа определяется специальным счетчиком. Длительности разделяются на основе анализа статистического распределения длительностей. Большим осложнением является то, что это распределение меняется в зависимости от передаваемого текста, способностей телеграфиста. Поэтому программа создана так, чтобы анализировать распределение и автоматически менять параметры разделения длительностей. В начале приема нового сообщения разделение основано на предполагаемых параметрах передачи. Накопив достаточно данных, машина вычисляет пороговую величину разделения. Если длительность данного элемента меньше пороговой величины разделения, то элемент считается точкой, в противном случае тире. Различать буквенные и межбуквенные интервалы несколько труднее. Во время работы машина непрерывно проверяет параметры распределения и меняет пороговую величину разделения, если условия передачи меняются. При резком изменении характера распределения (например, при смене телеграфиста) машина поступает так, как будто начинается новое сообщение. Когда последовательность элементов между двумя межбуквенными интервалами определена, ей ставится в соответствие некоторое число, по которому легко можно найти нужную букву или знак. Если последовательность принята с ошибкой, то может получиться число, не имеющее соответствующей буквы. Тогда машина печатает условный символ ошибки. Проводится анализ ошибок, возникающих при работе машины. Высказывается предположение, что число ошибок при записи можно сократить, если попытаться использовать информацию, заключенную в контексте. Как показал опыт работы машины, она может принимать код Морзе с приблизительно таким же числом ошибок, которое делают лучшие телеграфисты. С. А. Раскутин

5 В295. Применение цифровых вычислительных машин для решения задач при изучении уличного движения. Hoffman Walter, Pavley Richard. Applications of digital computers to problems in the study of vehicular traffic. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif., 1958. N T-107. New York», 1959, 159—161 (англ.)

На базе исследований, проведенных в 1953 г. на метрополитене Детройта, был выпущен отчет, в котором были собраны данные по пунктам отправления, пунктам назначения, частоте и природе возможных пересечений и остановок различных видов транспорта уличного движения. Область работы транспорта была разбита на 265 зон, и в отчете были приведены данные по всем остановкам между любой парой зон в течение 24-часового периода. Эти данные были уточнены и достаточно точная картина существующего потока уличного движения была представлена в виде матрицы 265-го порядка с неотрицательными элементами. Таким образом, элемент a_{ij} матрицы представляет число экипажей, которые делают остановку между зонами i и j. Первой задачей, которую следовало решить, являлось предсказание новых значений элементов матрицы. Трудной задачей являлось выяснение распределения общего числа остановок в заданной зоне. Математически задача формулируется следующим образом: задана симметричная матрица с неотрицательными элементами, найти матрицу такого же типа, суммы рядов которой заданы. Эта задача не имеет единственного решения, поэтому необходимо принять во внимание характеристики потока движения. Задача решается на цифровой вычислительной машине методом итераций. Для построения картины желаемых остановок были использованы в 1954—1955 гг. вычислительные машины ИБМ-650, ИБМ-704. При этом широко использовался так называемый алгоритм Мура (Moore), по которому находились кратчайшие пути, объединяющие две точки. Алгоритм Мура был использован также для решения задачи по заданию движения и по предсказанию будущих плотностей движения. Результаты расчетов были проверены в 1956 г. и показали удовлетворительную сходимость с практическими данными. Г. Х. Новик

5 В296. Вычислительное устройство для головоломок. Fletcher T. J. A puzzle computer. «Discovery», 1959, **20**, № 9, 388—389 (англ.)

Предлагается использовать перфокарты для решения простеньких логических задач типа: из шести человек выбрать трех делегатов, причем накладываются некоторые ограничения вида: «А» не хочет быть выбранным вместе с «Е» и т. д. У перфокарт по верхнему краю пробиваются отверстия или делаются вырезы. Отверстия означают «да», вырез — «нет». Прокалывая иглой массив

перфокарт по определенной позиции, удаляют из массива перфокарты с вырезом по данной позиции. Последовательными прокалываниями частей массива приходят к тому или иному решению задачи. Н. Н. Поснов

5 В297. Работа по машинному переводу в Советском Союзе. Доклад на 4-м Международном конгрессе славянистов, сентябрь 1958 г. Rozentsveig Y. Yu. The work on machine translation in the Soviet Union. 4-th International Congress of Slavicists Reports, Sept. 1958. «Mech. Translat.», 1958, 5, № 3, 95—100 (англ.)

5 В298. Кибернетика, вычислительная техника и транспорт. Петров А. П. «Ж.-д. транспорт», 1960, № 7, 26—33

После краткого пояснения возможностей электронных вычислительных машин систематизируются основные транспортные проблемы, решаемые с их помощью. Указывается на необходимость создания на базе фабрик механизированного учета вычислительных центров при каждом управлении дороги, а также в МПС, ЦНИИ и при транспортных вузах. Рассматриваются проблемы передачи, шифрирования и дешифрирования информации, а также ее объем (приводятся цифровые данные). При рассмотрении проблем делаются ссылки на зарубежный опыт. В. Д. Савицкий

5 В299. Кибернетика, вычислительная техника и транспорт (Решение некоторых транспортных задач на электронных вычислительных машинах). Петров А. П. «Ж.-д. транспорт», 1960, № 8, 41—45

5 В300. Кибернетика и автоматизация. Boulanger Georges R. Cybernétique et automation. «1 Congr. internat. cybernétique. Namur, 1956. Paris, Gauthier—Villars; Namur, Assoc. internat. cybernétique», 1958, 303—317 (франц.)

5 В301 К. Основы цифровых вычислительных машин. Mandl Matthew. Fundamentals of digital computers. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1958, 308 pp., ill., 9.00 doll. «Publishers' Weekly», 1958, **174**, № 25, 99 (англ.)

5 В302 К. Современная вычислительная техника. Johansen C. S. 1. Moderne Regnemidler. 5. Opl. Gad, 1959, 19 s., ill., 4,50 kr. «Danske bogmarked», 1960, **106**, № 17, 324—325 (датск.)

5 В303 К. Машины-математики. Тукачински М. С. Машини-математици. Прев. от рус. София, Наука и изкуство, 1960, 136 с., ил., 3.15 лв. «Бълг. книгопис», 1960, **64**, № 7, 10 (болг.)

См. РЖМат, 1960, 2501 К.

5 В304 К. Электронные информационно-логические машины. Гутенмахер Л. И. М., АН СССР, 1960, 189 стр., илл., 3 р.

5 В305 Д. Микропрограммное управление в цифровых вычислительных машинах. Емельянов-Ярославский Л. Б.— Автореф. дисс. канд. техн. н., Гос. ком-т Сов. Мин. СССР по радиоэлектронике. НИИСЧЕТМАШ, М., 1960

5 В306 Д. Исследование некоторых вопросов построения систем гармонического кодирования речи. Полыковский А. М.— Автореф. дисс. канд. техн. н., Моск. электротехн. ин-т связи, М., 1960

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

5 В307. Цифровое вычислительное устройство для программного управления. Брик В. А. В сб.: «Теория и применение дискретн. автомат. систем». М., АН СССР, 1960, 352—359

Рассматривается разработанное автором управляющее цифровое вычислительное устройство для получения координат точек прямой и окружности, необходимых для управления станками. Параметрические уравнения окружности и прямой представляются идентичными рекуррентными соотношениями через sin и cos малых углов, которые аппроксимируются степенями двойки. Можно так выбрать шаг вдоль окружности, что получающаяся суммарная погрешность не будет превосходить величины производственного допуска. Приводится блок-схема вычислительного устройства, анализируется и сравнивается работа его при получении координат точек окружности и прямой. А. А. Красилов

5 В308. Вычислительная машина для расчета ксенонового отравления. Paul J. J., Cox J. R. G. Xenon—poisoning computer. «Nucleonics», 1958, **16**, № 5, 97—101 (англ.)

В Канаде сконструирована небольшая специализированная вычислительная машина непрерывного действия для расчетов, связанных с ксеноновым «отравлением» ядерных реакторов. Повышение концентрации ксенона-135, являющегося продуктом распада при абсорбции высокотемпературных нейтронов, может достичь критической точки и прекратить реакцию. Задачей сконструированной машины является поддержание такого режима в реакторе, при котором потери за счет ксенонового отравления были бы исключены благодаря своевременному принятию мер при достижении опасной концентрации ксенона. Машина была построена с расчетом на точность определения концентрации ксенона порядка 1%. Исследования на рабочей модели показали возможность достижения более высокой точности. При расчете принимались во внимание два источника появления ксенона-135 в реакторе: как продукта непосредственного распада и в результате перехода из йода-135. Уравнения этих процессов решаются двумя связанными между собой сервосистемами с электромеханическими интеграторами. Приведена блок-схема машины. Машина работает на электропитании частотой 400 *гц*, что позволило применить высококачественные тахогенераторы и сервомоторы (авиационного типа). Совместный монтаж сервомоторов и прецизионных функциональных потенциометров обеспечивает легкую настройку и установку в 0. Как в «ксеноновой», так и «йодной» системах имеются функциональные усилители. Первая ступень усилителя смонтирована на кристаллических триодах (без сдвига фазы и со специальной стабилизацией), затем следуют 2 каскада магнитных усилителей. В общей выходной (исполнительной) цепи также имеется сервоусилитель — двухкаскадный магнитный (без предварительной триодной ступени). Для питания входных потенциометров используется постоянный ток со специального мостикового выпрямителя. Такое использование делает устройство практически нечувствительным к помехам на входных кабелях. Приведены кривые, характеризующие работу ядерного реактора NRU в комплексе с описываемой вычислительной машиной. А. А. Крупский

5 В309. Применение большой электронной цифровой вычислительной машины для проектирования телефонного оборудования. Drandell Milton. The application of a large—scale electronic computer to the assignment of telephone facilities. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif.», 1958. № T-107. New York, 1959, 165—168 (англ.)

Фирма «Дженерал телефон компани» в Калифорнии впервые в практике телефонных фирм применила для проектирования телефонного оборудования — главным образом кабелей связи — большую электронную цифровую вычислительную машину ИБМ-705. Запрос на обслуживание принимается от любого из 20 коммерческих центров, разбросанных по Южной Калифорнии (таких запросов может быть до 4000 в день), и передается по телефонным линиям в центральное бюро электронной обработки данных в г. Санта Моника, где размещается машина ИБМ-705. Кроме этого запроса, подается информация о необходимости установки нового оборудования. Все эти данные запоминаются внешним запоминающим устройством машины. На магнитных лентах машины хранится информация относительно оборудования, которым фирма располагает в данный мо-

мент. Машина осуществляет поиск свободной пары проводов связи и если поиск показывает, что такой пары нет, машина печатает отрицательный результат и после установки дополнительного оборудования указывает номер одной из новых пар проводов, пригодной для связи с запрашивающим объектом. В комплект оборудования, установленного в центральном бюро, входят: одна машина ИБМ-705, два буферных устройства на лентах, шестнадцать запоминающих устройств на магнитных лентах, устройство считывания с перфокарт и перфоратор. Г. Х. Новик

5 В310. Неразрушающее считывание с ленточных металлических сердечников вычислительных машин. Lambert L. M. Nondestructive readout of metallictape computer cores. «IRE Trans. Electronic Comput.», 1959, 8, № 4, 470—474 (англ.)

Рассматривается метод неразрушающего считывания состояния ленточного сердечника с использованием перпендикулярного магнитного поля. Магнитное поле, перпендикулярное магнитному полю записи, создается с помощью обмотки, намотанной по окружности сердечника, что является технологически простым процессом. Даны результаты испытаний, производимых на сердечниках из ленты толщиной 6 *мк* из материалов супермаллой, машпермаллой 4-79 и дельтамакс. Сердечники имели 6,12 или 20 витков ленты, намотанной на керамический каркас. Испытания показали, что описанный метод считывания технологически удобен, поддается прямому расчету и дает выходной сигнал около 0,1 *в/виток* при токе опроса 3 *ав*. Хотя при считывании уровень сигнала уменьшается, однако возможно рассчитать потери потока при данном уровне считывания. Важным фактом является зависимость выходного сигнала лишь от крутизны нарастания фронта импульса тока, а не от формы или длительности импульса. Выходной импульс имеет малую амплитуду и длительность и должен быть усилен и расширен для управления обычными схемами. Описана схема регистра сдвига на частоту 1 *мгц* с использованием рассмотренного способа считывания. Библ. 8 назв. О. В. Бачин

5 В311. Бортовая авиационная система для регистрации сигналов в непрерывной и цифровой форме. Ellis D. H., Walter J. M., Jr. An analog and digital airborne data acquisition system. «Proc. IRE», 1960, 48, № 4, 713—724 (англ.)

Подробно описывается устройство для записи на магнитную ленту сведений, получаемых в процессе летного испытания самолета или управляемого снаряда. Система разработана фирмой «Radiation Incorporated» по заказу летно-испытательного отделения фирмы «General Electric» проводящего испытания авиационных двигателей на авиабазе «Edwards» ВВС США. Запись ведется на магнитную ленту шириной 25,4 *мм* при помощи 14 головок для аналоговых сигналов и одной шестнадцатиканальной головки для цифровых сигналов, занимающей половину ширины ленты. Сигналы получаются по 103 аналоговым каналам и по 10 цифровым. Часть аналоговых сигналов (до 90) может преобразовываться в цифровую форму и записываться в этой форме. В качестве источников аналоговых сигналов могут применяться мостиковые измерительные схемы, термопары и потенциометры, причем имеется два уровня входных сигналов: низкий (±10 *мв*) и высокий (±5 *в*). Программа записи набирается на наборном поле и может легко изменяться. Комплект оборудования системы состоит из типовых блоков-модулей, число которых может изменяться в зависимости от объема программы регистрации. Описано устройство и работа основных модулей: ключа сигналов низкого уровня, программирующего устройства, усилителя, преобразователя аналог-цифра и аккумулятора. Система рассчитана на работу при высотах полета до 30 *км* и температурах от —55 до +71°С и вибрациях и ударах с перегрузками до 10g. Общая точность записи составляет 0,2% от полной шкалы. Частота выбора сигналов на запись может регулироваться по отдельным каналам в пределах от 1,25 *гц* до 2 *кгц*. Частота повторения слов в записи может устанавливаться равной 20, 10, 5 и 2,5 *кгц*. Для обеспечения необходимой точности в модулях системы предусмотрена стабилизация температуры основных частей, автоматическая калибровка, корректировка усилителей постоянного тока, собранных на транзисторах, по дрейфу тока и напряжения. Для улучшения работы усилителей постоянного тока в режиме импульсного включения применен способ предварительного подзаряда распределенных емкостей. Имеющийся в системе преобразователь сигналов из аналоговой в цифровую форму производит преобразование напряжения в одиннадцатиразрядное число в двоичном коде за 43мксек. Система построена полностью на полупроводниковых элементах и печатных схемах. И. Д. Алимов

5 В312. Цифровая вычислительная машина РВ-300 обслуживает два технологических процесса, улучшая собственную программу. Mellecker John. How RW-300 digital computer operates two plants, revises own program. «Chem. Process. (USA)», 1960, **23**, № 6, 78—79 (англ.)

Описывается система управления, применяемая фирмой «B. F. Goodrich». Входящая в систему вычислительная машина РВ-300 следит за показаниями 128 приборов. Количество входов увеличивается подсоединением к системе анализатора потока информации. Из 24 выходов 8 приходится на управление хлорвинильным процессом, остальные 16 отведены для управления акринонитрильным процессом. В дополнение к основной «ведущей программе» оператор имеет возможность: а) считывать с прибора мгновенное значение параметра, б) просматривать показания всех приборов, в) считывать и печатать содержимое перфокарт, еще не введенных в машину; на перфокарте имеется оценка готовой продукции и возможные сигналы об аварии, г) проверять содержимое отдельных адресов запоминающего устройства машины, д) производить вычисления состава потока. Эта операция предполагает использование машинного времени, так как требует решения 29 линейных уравнений. Для изучения результаты 10—15 анализов записываются на перфоленте. При этом используются масс-спектрометры совместно с устройством преобразования аналоговых величин в цифровой код. Вычислительная машина автоматически считывает и преобразует коды, делает вычисления и выводит данные, показывая процентное содержание составляющих в потоке и средний молекулярный вес каждой из них. 29 таких анализов производится за 3,5 мин. Операция осуществляется между пятиминутными замерами при отсутствии управления акрилонитрильным процессом. В. Д. Савицкий

5 В313. Работа безламповой цифровой вычислительной машины. Reine Joseph A., Jr. Performance of a solid-state process computer. «Instrum. and Control Systems», 1959, **32**, № 12, 1820—1822 (англ.)

Цифровая машина установлена на Стерлингтон ТЭС (штат Луизиана, США) и непрерывно «наблюдает» 216 переменных для выявления ненормального режима станции, интегрирует и осредняет 23 переменные, регистрирует 100 переменных величин ежечасно и 23 переменных ежесуточно, ежечасно рассчитывает тепловой баланс станции и выдает любую информацию по требованию. Машина состоит из: 1) входных устройств, включающих в себя тепловые преобразователи, магнитные усилители, счетчики импульсов, термопары и пр.; 2) множительного устройства, состоящего из 350 реле; 3) преобразователя непрерывных величин в дисперсные; 4) блока питания; 5) ферритовой памяти на 2048 чисел; 6) арифметического устройства; 7) входного устройства, включающего в себя телетайп; 8) выходного

устройства, состоящего из двух телетайпов, по одному для каждого блока и аварийного печатающего устройства. После временной эксплуатации и внесенных изменений поставщик гарантирует 99% надежности работы цифровой машины в течение шести месяцев. Ввиду большой надежности машины обслуживание ее заключается в мелком ремонте перфораторов, печатающих устройств и пишущих машинок. Улучшены конструкции счетчиков активной энергии для представления информации в цифровом коде. Был произведен инструктаж и обучение персонала в обращении с новым оборудованием.

А. Н. Сухов

5 В314. Автоматически программируемая регистрация показаний телеметрической аппаратуры. Guy G. E., Schirmer P. W. Automatically programed remote indication logging for use with supervisory equipment. «Power Apparat. and Syst.», 1960, № 46, 1615—1621 (англ.)

Описывается система регистрации, которая может применяться в системах с централизованным дистанционным управлением (например, в электросетях, нефтепроводах). Указывается, что в таких системах при отсутствии регистрирующих устройств внимание оператора отвлекается на считывание показаний приборов и запись их в журнал учета, а в аварийных ситуациях, когда регистрация условий особенно необходима для последующего анализа, оператор не имеет возможности вести запись показаний. Описанная система состоит из датчиков и преобразователей в импульсно-кодированную форму, установленных на дистанционно управляемых объектах, линии связи и оборудования центральной станции. На центральной станции устанавливается программирующее устройство, приемник дискретных сигналов, цифровые часы, визуальные указательные приборы пульта оператора и автоматическое печатающее устройство. По программе, задаваемой программирующим устройством, производится «опрашивание» контролируемых объектов и регистрация переданных ими ответных сигналов в виде сводной ведомости текущих состояний. Например, в энергосети регистрируется напряжение, ток и мощность, а в нефтепроводах — входное и выходное давление подкачивающих станций и расход жидкости.

И. Д. Алимов

5 В315. Централизованное управление производственными процессами при помощи цифровых вычислительных машин. Auricoste Jean, Gau Georges. Commande centralisée de processus industries à l'aide de calculateurs numeriques. «Automatisme», 1959, **4**, № 5, 171—177 (франц.)

Началось использование быстродействующих электронных цифровых вычислительных машин (ц. в. м.) для управления производственными процессами, в частности в химической промышленности, нефтепереработке, производстве цемента, выработке электроэнергии. Применение этих машин для централизованного управления процессами предполагает знание математических уравнений, связывающих различные факторы, влияющие на процесс, и наличие аппаратуры, позволяющей автоматически регистрировать ход процесса. Путем решения уравнений на ц. в. м. с учетом экономических факторов можно не только оптимизировать ведение процесса, но и, модифицируя уравнения, учитывать эволюцию системы и влияние внешних неконтролируемых факторов (старение катализаторов, работа теплообменников и т. п.). Выгоды от централизованного управления с помощью ц. в. м. заключаются в повышении эффективности химической реакции, снижении себестоимости, росте производительности завода, улучшении качества продуктов. Выигрыш от применения машин получается порядка 2—4%, что позволяет амортизировать машину за время от 6 месяцев до 2 лет. Кроме ведения процесса, ц. в. м. может выполнять функции численной регистрации процесса, вычисления себестоимости продукции, наблюдения за состоянием измерительного хозяйства. Приводятся следующие аргументы против установки ц. в. м.: знание уравнений процессов еще недостаточно, существующая аппаратура не позволяет измерять все необходимые параметры, современные ц. в. м. недостаточно надежны для непрерывной работы на заводе. Авторы доказывают недостаточную обоснованность этих возражений и высказываются за непосредственное использование ц. в. м. в контуре регулирования. Ограничение деятельности ц. в. м. ролью «советчика» оператора считается целесообразным только на начальном этапе внедрения ц. в. м. С применением транзисторов надежность ц. в. м. резко увеличилась и достигает величины 99,95% (время работы без сбоев 1000 час.). Приведены данные ц. в. м. РВ-300 фирмы «Томсон—Рамо—Вулдридж» (Thompson—Ramo—Wooldridge, США), построенной целиком на транзисторах и предназначенной для управления производственными процессами (РЖМат, 1959, 10533; 1960, 5938). В качестве примера рассматривается процесс гидрогенизации растительных масел. Обычно процесс ведется при постоянном давлении и длительность цикла составляет 208 мин. Ведение процесса с переменным давлением по оптимальному циклу, рассчитываемому ц. в. м., дает возможность сократить время реакции до 160 мин., что дает выигрыш в 23%. Библ. 23 назв.

И. В. Лебедев

5 В316. Сравнительное исследование и разработка элементов позиционных, интегральных и скоростных систем цифрового программного управления. Сигов Б. А. В сб. «Теория и применение дискретн. автомат. систем». М., АН СССР, 1960, 296—313

При цифровом программном управлении используются позиционные схемы. В общем виде, с позиции теории автоматического регулирования, рассматриваются различные схемы и требования к системам управления, преобразующие шаблон или числа в перемещения рабочего органа. Для конкретного сравнения позиционных систем с шаговыми исполнительными двигателями рассматривается пример. Устанавливается нецелесообразность разомкнутых позиционных схем с шаговыми двигателями, предложенные фирмой «Industrial Controls» (США) в 1955 г. Рассматриваются интегральные системы цифрового программного управления с исполнительными двигателями с непрерывными воздействиями и шаговыми двигателями. Указывается на преимущества и недостатки интегральной системы с дискретным воздействием, с двигателями, с непрерывными воздействиями, с фрикционным интегратором: устраняется интегральная ошибка системы, уменьшается объем программы, однако они сложнее позиционных систем.

А. А. Красилов

См. также: 5 А11 К, 5 А14 К, 5 А15 К, 5 А59 К, 5 В180

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

(Перед номерами рефератов опущены номер и индекс 5В выпуска)

А

Айзенштат Н. Д. 215
Амбарцумян В. А. 117

Б

Бахвалов С. В. 219
Бок Н. Б. 199
Брик В. А. 307

В

Вайнштейн И. А. 215
Вандышева Е. Б. 185
Вега Г. 253 К, 260 К
Веселаго И. Л. 176
Взорова А. И. 240
Вильнер И. А. 201, 202
Виноградова А. А. 230К
Волконский В. А. 19, 20
Воробьев Н. 49, 50

Г

Гармаш В. А. 134
Гнеденко Б. В. 119
Головейко А. Г. 224 К
Гордеев А. В. 168
Горенцвит Г. Э. 145
Гуревич С. Г. 189
Гурштейн А. А. 170
Гутенмахер Л. И. 304 К

Д

Демков М. Г. 137
Денисов К. Н. 234 Д

Е

Емельянов — Ярославский Л. Б. 305 Д

Ж

Жданов Л. В. 276
Железнов Н. А. 138

З

Заездный А. М. 267 К

И

Игельник Б. М. 134

К

Казакевич В. В. 181
Казаков И. Е. 158 К
Кармазина Л. Н. 192
Качерович Я. А. 134
Кириллов Г. М. 198
Кловский Д. Д. 148
Крейнес М. А. 215

Л

Лаптева Д. Г. 226 К
Левин Б. Р. 144
Ленченко А. И. 178
Лившиц Б. С. 127
Лукашевич Ю. 120
Люстерник Л. А. 223

М

Макеев Р. П. 169
Максимов Ю. П. 144
Мацкевич И. П. 159
Мелик — Гайказова Э. И. 126
Меньшиков Г. Г. 180
Меркадер Л. П. 144
Мишагин В. Н. 233 Д
Моригути С. 272

Н

Наурзбаев Ж. 214
Николаев П. 211

П

Панин И. С. 230 К
Пархоменко П. П. 288
Первин Ю. А. 289
Петров А. П. 298, 299
Петров М. П. 207
Подтягин М. Е. 222
Полыкозский А. М. 306 Д
Понырко С. А. 145
Поплавский Р. П. 182
Попов А. А. 209

Р

Руубель А. 204

С

Сарманов О. В. 16
Сарымсаков Т. А. 118
Селиханович В. Г. 170
Сендов Б. 194
Сигов Б. А. 316
Синай Я. Г. 136
Соболев С. Л. 223
Соколов Н. И. 190

Т

Тукачински М. С. 303 К

У

Урм В. Я. 183
Успенский А. К. 225 К

Ф

Файн В. С. 293
Фридман Л. М. 230 К

Х

Харкевич А. Д. 126

Ц

Цетлин М. Л. 58

Ш

Шарупич С. Г. 171
Ширяев А. Н. 12
Шульц Г. Э. 156

Щ

Щербаков О. А. 230 К
Щиголев Б. М. 179, 232 К

A

Abramov A. A. 252 K
Adam A. 152
Aitchison J. 31
Allais M. 91
Amemiya A. 264 K
Ara K. 92
Arimizu T. 80
Armstrong H. L. 146
Artle R. 93
Aumann G. 217, 218
Aumann R. J. 100
Auricoste J. 315

B

Backus J. W. 270
Banerjee K. S. 88
Banerjee S. K. 25
Barker R. 69
Basu D. 28
Bateman H. 228 K
Bauer F. L. 270
Baur F. 285
Bausch A. F. 84
Beckmann M. J. 111
Bejar J. 65
Bellman R. 79, 203
Bennett A. A. 228 K
Berglund S. 93
Bergmann P. G. 115
Bernard A. 248 K
Beyrodt G. 257 K
Bhate D. H. 46
Bhattacharya N. 268 K
Bishop N. 282
Black G. 107
Bláha K. 72, 73
Blair C. R. 294
Blanc Ch. 220
Blyth C. R. 32
Bodewig E. K. 229 K
Boersman J. 238
Boulanger G. 300
Bown G. C. 200
Breuer M. A. 5
Bromberg H. 273
Brooks R. 291
Brotman L. 123
Brown J. J., Jr 143
Bryant S. J. 81
Buchholz W. 275
Burg A. R. van der 96

C

Carleson L. 131
Chacko G. K. 97
Chao S. C. 284
Chu Ch. M. 244 K
Chung K. L. 13
Churchill S. W. 243 K, 244 K
Clark G. C. 243 K, 244 K
Clunies-Ross C. W. 26
Collatz L. 161, 231 K, 262 K
Cox J. R. G. 308
Curme G. L. 32

D

Davis R. H. 106
Dekanosidze E. N. 251 K
Drandell M. 309
Dumey A. I. 282
Dummer K. F. 186
Dvoretzky A. 14
Dwass M. 42

E

Egerváry J. 61
Eilon S. 108
Elias P. 139
Ellis D. H. 311
Erdös P. 13, 14
Erlang A. K. 259 K

F

Falk S. 241
Faucher C. 242 K

Fletcher T. J. 296
Franke F. 163
Frankel S. P. 277
Freiberger W. F. 45
Friedman L. 47
Fuchs A. 17
Fujisawa T. 60
Fullerton H. V. 99

G

Gani J. 129
Garrett J. R. 188
Gau G. 315
Gaunin J. 248 K
Gaus F. G. 256 K
Gayer D. P. 104
Gerald L. 53
Gerstenhaber M. 59
Gjeddebaek N. F. 27
Glaser E. L. 274
Goldstein M. H. 154
Good I. J. 142
Grabiel F. 101
Gradwohl A. J. 110
Grassi R. C. 110
Gregory B. L. 75
Green J. 270
Gröbner W. 265 K, 266 K
Grosh R. J. 236
Guy G. E. 314

H

Haga T. 41
Haight F. A. 5, 122
Haley K. B. 67
Hall W. J. 54
Hammel D. G. 283
Hanen A. 147
Hanš O. 3
Hartley H. O. 63
Harumi K. 239
Haselgrove C. B. 254 K
Heathcote C. R. 124
Helstrom C. W. 157 K
Hemelrijk J. 96
Hennecke F. 167
Hennequin P. L. 18
Hey E. N. 191
Hey M. H. 191
Heyne J. B. 123
Hickerson T. F. 197
Hoffman W. 295
Hofreiter N. 265 K, 266 K
Holland J. 79
Homma T. 125
Houdaille L. 248 K
Hoy W. W. 153
Hurewitz T. M. 273

I

Imecs M. 205
Ionescu D. V. 166
Ishiguro E. 264 K

J

Jacobs K. 130
Johansen C. 302 K
John S. 37
Jones R. H. 45

K

Kakutani S. 14
Kalaba R. 79, 203
Kaptein E. 76
Karush W. 77, 102
Katsura S. 239
Katz C. 270
Kawata T. 121
Keller A. 70, 71
Kendall D. G. 155
Kennedy J. M. 247 K
Kimme E. G. 11
Kimura T. 264 K
Kirkpatrick E. T. 235
Kitts W. W. 153
Konüs A. A. 87
Koopmans T. C. 84
Kotani M. 264 K
Kozarsky K. 273
Krasnoselskii M. A. 162
Kruskal J. B. 100
Kubik L. 8
Kuiper N. H. 38
Kupperman M. 33
Küstner H. 257 K

L

Lal D. N. 22
Lambert L. M. 310
Lamont C. M. 196
Lass H. 149
Ledley R. S. 292
Lenz K.-L. 285
Levens A. S. 227 K
Lindeman A. R. 57
Loeb J. 184
Loève M. 21 K
Loftsgard L. D. 63
Lourenço Filho R. 90
Lusted L. B. 292

M

Machek J. 36, 72, 73
Majcenu J. 255 K
Mallows C. L. 30
Mandl M. 301 K
Marcus R. S. 133
Marcus S. 141
Marica J. G. 81
Marschak T. 114 K
Martensen E. 172
Martin J. E. 153
Matyáš J. 173
McCarthy J. 270
Mellecker J. 312
Meltzer B. 160
Menger K. 2
Metzger R. W. 112 K
Middleton D. 150
Mikulski P. 68
Miller G. F. 263 K
Milne W. E. 228 K
Mishra D. 22
Moran P. A. P. 82
Morgan W. L. 283
Moore E. F. 78
Morris E. 115
Morris W. T. 89
Müller K. 95
Müller H. 271

N

Napolitano L. G. 195
Naslin P. 208
Naur P. 270
Navarro J. A. 7
Németi L. 83

P

Parodi M. 164
Passau Ph. M. 135
Paul J. J. 308
Pavley R. 295
Pawłowski Z. 40
Perlin I. E. 188
Perlis A. J. 270
Pisanelli D. 177
Plainevaux J. E. 206
Popoviciu T. 221
Prabhu N. U. 128
Prachar K. 151
Prékopa A. 9
Proschan F. 107
Pyke R. 129

Q

Quenouille M. H. 44

R

Rabinowitz Ph. 237
Redheffer R. M. 15
Reine J. A. Jr. 313
Reynolds G. E. 246 K
Richards M. L. 153
Riffenburgh R. H. 26
Robertson P. T. 245 K
Rosenbrock H. H. 193
Rouche N. 4
Rozentsveig Y. Y. 297
Rudzki W. 68
Rutishauser H. 270

S

Saaty Th. L. 62
Sacks G. E. 132
Sadowski W. 66
Sakaguchi M. 51, 98
Salzer H. E. 245 K
Samelson K. 270
Saposnik R. 57
Sargan J. D. 86
Savino L. 113 K
Schaller D. 187
Schirmer P. W. 314
Schlömilchu O. 255 K
Schreckenberg W. 258 K
Schützenberger M. P. 133
Schweizer B. 2
Sengupta J. M. 268 K
Senju S. 103
Sethuraman J. 24
Shubik M. 53
Sidnam R. D. 283
Silvey S. D. 31
Simokawa Y. 213
Simpson K. F., Jr 10
Siotani M. 23
Sirao T. 13
Sklar A. 2
Smirnov A. D. 261 K
Smith V. 57
Soest J. L. 140
Solomon M. J. 105
Sorensen E. E. 99
Stahlknecht P. 55, 64
Stammberger A. 216
Stancu D. D. 165
Steinhaus H. 48
Stewart R. M. 149
Steyn H. S. 6
Sukhatme B. V. 24
Sunderland J. E. 236
Suzuki Y. 94

T

Taylor E. A. 247 K
Theil H. 76
Törnqvist L. 52
Trybuła S. 48

V

Varner W. W. 286
Vauquois B. 270
Vernotte P. 174, 175
Vietoris L. 1

W

Wadie F. M. 39
Walker A. M. 43
Walter J. M. Jr. 311
Wegstein J. H. 270
Weibull M. 35
Weiss G. 237
Wergeland H. 116
Wersan S. J. 56
Wiggers B. G. 34
Wijngaarden A. van 270
Williams K. B. 67
Wilson R. H. Jr. 212
Winkel H. 74
Wiśniewski K. 68
Wojtowicz J. 210
Woodger M. 269, 270
Wormleighton R. 29
Wrench J. W. Jr. 239

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

ИНСТИТУТА НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ДИРЕКТОР ИНСТИТУТА профессор *А. И. Михайлов*

Реферативный журнал издается в следующих сериях:

АВТОМАТИКА И РАДИОЭЛЕКТРОНИКА – Главный редактор канд. техн. наук *А. С. Бучинский*, АСТРОНОМИЯ И ГЕОДЕЗИЯ – Главный редактор профессор *К. Ф. Огородников*, БИОЛОГИЯ – Главный редактор канд. биол. наук *В. П. Доброхвалов*, ГЕОГРАФИЯ – Главный редактор доктор геогр. наук *А. А. Насимович* ГЕОЛОГИЯ – Главный редактор профессор *Е. Е. Захаров*, ГЕОФИЗИКА – Главный редактор профессор *И. А. Хвостиков*, ГОРНОЕ ДЕЛО – Главный редактор докт. техн. наук *Е. М. Фаерман*, МАТЕМАТИКА – Главный редактор доктор физ.-мат. наук *Р. В. Гамкрелидзе*, МАШИНОСТРОЕНИЕ – Главный редактор канд техн. наук *В. З. Фрейдберг*, МЕТАЛЛУРГИЯ – Главный редактор член-корреспондент АН СССР *Н. В. Агеев* МЕХАНИКА – Главный редактор академик *Л. И. Седов*, ТРАНСПОРТ – Главный редактор канд. техн. наук *В. Т. Осипов*, ФИЗИКА – Главный редактор профессор *Э. В. Шпольский*, ХИМИЯ – Заведующий отделом профессор *В. В. Кафаров*, Главный редактор *В. В. Серпинский*, ЭКОНОМИКА ПРОМЫШЛЕННОСТИ – Главный редактор профессор *С. М. Лисичкин*, ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА – Главный редактор *Б. М. Тареев*

СОДЕРЖАНИЕ

СВОДНОГО ТОМА РЖ МАТЕМАТИКА № 5 за 1961 г.

5 А. Общие вопросы	5А1
История математики. Персоналия	5А22
Преподавание математики	5А45
Основания математики и математическая логика	5А64
Теория чисел	5А106
Алгебра	—
Многочлены и линейная алгебра	5А163
Группы	5А191
Поля, кольца, алгебры и структуры	5А246
Алгебраическая теория схем связи и управления	5А289
Топология	5А304
Геометрия	5А373
Приложения геометрии	5А378
Элементарная геометрия	5А390
Аналитическая геометрия	5А397
Проективная и неевклидовы геометрии	5А406
Начертательная геометрия	5А418
Алгебраическая геометрия	5А420
Дифференциальная геометрия трехмерного пространства	5А439
Геометрия n-мерного пространства	5А457
Теория относительности	5А486
Глобальная теория дифференцируемых многообразий	5А509
Метрические методы в геометрии	5А539
Выпуклые многообразия	5А541
Авторский указатель	
5 Б. Теория функций действительного переменного	5Б1
Теория множеств	5Б24
Приближение функций полиномами и их обобщениями	5Б33
Теория функций комплексного переменного	5Б54
Дифференциальные уравнения	
Обыкновенные дифференциальные уравнения	5Б110
Уравнения в частных производных	5Б170
Приложения к физике, технике и естественным наукам	5Б205
Интегральные уравнения	5Б282
Вариационное исчисление	5Б294
Анализ (другие вопросы)	5Б324
Числовые ряды	5Б352
Специальные функции	5Б367
Интегральные преобразования и операционное исчисление	5Б382
Приложения общих методов математического анализа	5Б395
Функциональный анализ	5Б397
Авторский указатель	
5 В. Теория вероятностей и математическая статистика	
Теория вероятностей	5В1
Математическая статистика	5В22
Теория игр, исследование операций и математическая экономика	5В47
Применение теоретико-вероятностных и статистических методов	5В115
Численные и графические методы	5В159
Таблицы	5В235
Вычислительные машины и математические приборы	5В269
Применение вычислительных машин	5В307
Авторский указатель	

Цена 38 к. 0147/2
П ЯВ 1598
ТЕХ. БИБЛИОТЕКА
7 1.12 РЖ ТР
1367

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на II-ое ПОЛУГОДИЕ 1961 года

НА РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ АКАДЕМИИ НАУК СССР

МАТЕМАТИКА

ПОДПИСНАЯ ЦЕНА ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПОДПИСЧИКОВ

на сводный том и отдельные выпуски с 1 июля 1961 года

СНИЖЕНА до 50%

Журнал рассчитан на широкий круг математиков и лиц, работающих в смежных с математикой областях науки и техники, и дает по возможности всеобъемлющую информацию об опубликованных в мировой литературе научных работах по всем разделам математики и многим ее приложениям.

Журнал выходит один раз в месяц.

К комплекту сводного тома в виде приложений будут даны годовые указатели: авторский, систематический и предметный.

Журнал издается как в виде сводного тома, так и в виде трех отдельных выпусков.

Подписка не ограничена, принимается с любого очередного номера.

Условия подписки:

СВОДНЫЙ ТОМ с указателями только на 6 м-цев	
для организаций	12-72
для индивидуальных подписчиков	8-48
СВОДНЫЙ ТОМ без указателей на 6 м-цев	
для организаций	9-24
для индивидуальных подписчиков	6-30

ОТДЕЛЬНЫЕ ВЫПУСКИ на 6 м-цев	Для организаций	Для индивид. подписчиков
I. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ. ЛОГИКА. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ	3—60	2—28
II. АНАЛИЗ	4—20	2—64
III. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ	2—28	1—44

Подписка принимается в пунктах подписки «Союзпечать», почтамтах, конторах и отделениях связи, общественными уполномоченными на заводах и фабриках, шахтах, промыслах и стройках, в учебных заведениях и учреждениях.

Заказы можно направлять также в Отдел подписки и реализации Производственно-издательского комбината **ВИНИТИ** по адресу:

г. Москва, Люберцы-6, Октябрьский проспект д. 403

Р/сч. 58526 в Люберецком отделении Госбанка г. Москвы